

PROFIL KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENGGAMBAR GRAFIK FUNGSI RASIONAL

Mohammad Archi Maulyda¹⁾, Gusti Firda Khairunnisa²⁾

^{1,2}Universitas Mataram, Universitas Islam Malang

^{1,2}Jl. Majapahit, No.62, Kota Mataram, Jl. Meyjend Haryono, Gg.10/No.193, Malang

E-mail: archimaulyda@unram.ac.id¹⁾, firdakhairunnisa123@gmail.com²⁾

Submitted: 23-08-2019, Revised: 22-10-2019, Accepted: 24-11-2019

Abstrak:

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan mahasiswa dalam membuat grafik dari suatu fungsi rasional. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif. Subjek penelitian adalah mahasiswa jenjang S1 program studi pendidikan matematika. Data dikumpulkan dengan memberikan soal tes fungsi rasional kepada 34 mahasiswa. Hasil pekerjaan mahasiswa tersebut kemudian dianalisis dengan melakukan identifikasi kecenderungan pola kesalahan dan menelaah penyebab kesalahan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa hanya 6% dari 34 mahasiswa yang mampu menggambar grafik dari fungsi rasional yang diberikan secara tepat. Mahasiswa cenderung membuat kesalahan ketika menentukan asimtot vertikal, titik potong sumbu Y, juga ketika menentukan letak 'lubang' dari fungsi rasional yang diberikan. Penyebab kesalahan secara umum dapat dikategorikan sebagai kesalahan prosedural dan kesalahan karena kurangnya pemahaman konsep, baik konsep berupa materi prasyarat atau materi pokok.

Kata Kunci: Grafik, Fungsi Rasional, Kesalahan Prosedural, Matematika

THE PROFILE OF STUDENTS' ERRORS IN DRAWING GRAPH OF RATIONAL FUNCTIONS

Abstract:

This study aimed to describe the ability of students in making graphs of a rational function. The type of this research was qualitative research with a descriptive approach. The research subjects were undergraduate students in Mathematics Education department. Data were collected by giving rational function test to 34 students. The results of students' work were analyzed by identifying the tendency of error patterns and examining the causes of errors. The results showed that only 6% of 34 students were able to draw graphs of rational functions given precisely. Students tended to make mistakes when determining the vertical asymptote, the intersection of the Y-axis, also when determining the 'hole' location of a given rational function. Causes of errors could generally be categorized as procedural errors and errors due to lack of understanding of concepts, both concepts in the form of prerequisite material or subject matter.

Keywords: Graphics, Rational Functions, Procedural Errors, Mathematics

How to Cite: Maulyda, M. A., & Khairunnisa, G. F., (2019). Profil kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi rasional. *MaPan: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 7(2), 181-193.

PENDAHULUAN

Representasi berupa grafik sering ditemukan dalam kehidupan sehari-hari, berperan penting sebagai salah satu alat untuk menyederhanakan dan memudahkan memahami suatu data (Medova, Rybansky, Nasticka, & Palenikova, 2017). Kemampuan menggambar grafik merupakan salah satu kemampuan yang penting untuk dimiliki, terutama oleh guru matematika.

Sebagai calon tenaga pendidik matematika, mahasiswa program studi pendidikan matematika perlu memiliki keterampilan dan pengetahuan yang mendalam mengenai konsep, dalam hal ini mengenai fungsi rasional dan menggambar grafik fungsi rasional agar dapat menyampaikan dengan baik kepada siswa (Murtafiah, Sa'dijah, Chandra, Susiswo, & As'ari, 2018). Selain itu, pada program studi S1 pendidikan matematika, materi tentang fungsi rasional dan menggambar grafik fungsi rasional diberikan pada semester awal, yaitu pada mata kuliah matematika dasar karena banyak mata kuliah lain ke depannya yang memerlukan konsep tersebut, seperti persamaan diferensial, aljabar abstrak, analisis real, dan mata kuliah lainnya. Sebagai contoh, pada mata kuliah analisis real terdapat pembahasan mengenai kekonvergenan menggunakan $\frac{1}{n}$. Hal ini menekankan lagi mengenai pentingnya penguasaan terhadap konsep fungsi rasional dan menggambar grafik fungsi rasional (Sian, Shahrill, Yusof, Ling, & Roslan, 2016). Berdasarkan pentingnya kemampuan dalam menggambar grafik fungsi rasional yang telah dipaparkan dan masalah di kelas yang ditemukan peneliti, maka penting dilakukan suatu penelitian yang dapat mendeskripsikan kecenderungan kesalahan yang dibuat oleh mahasiswa ketika menggambar grafik fungsi rasional. Dengan mengetahui letak dan penyebab kesalahan mahasiswa diharapkan dapat bermanfaat bagi dosen untuk memberikan alternatif solusi yang dapat meminimalisir atau menghindarkan mahasiswa dalam membuat kesalahan-kesalahan ketika menggambar grafik fungsi rasional (Medová, 2017; Shraibman, 2019).

Menurut Tarpø, Olsen, Juul, Georgakis, & Brincker (2019), kesalahan (*error*) adalah suatu tindakan yang melibatkan penyimpangan yang tidak disengaja dari suatu kebenaran atau keakuratan. Kesalahan juga dapat

dimaknai sebagai perbedaan antara nilai yang diamati atau dihitung dan nilai sesungguhnya. Dalam pembelajaran matematika, kesalahan yang sering dilakukan oleh peserta didik dalam menyelesaikan masalah umumnya disebabkan antara lain oleh kurangnya pemahaman atas materi prasyarat maupun materi pokok yang dipelajari, kurangnya penguasaan bahasa matematika, keliru menafsirkan atau menerapkan rumus, salah perhitungan, kurang teliti, atau lupa pada suatu konsep (Apriliawan, Agita, Gembong, Sardulo, & Sanusi, 2013). Menurut Amrina dalam Rushton (2018), kesalahan-kesalahan mahasiswa dapat dikategorikan berdasarkan objek dan terjadinya. Kesalahan berdasarkan obyek dibedakan dalam empat jenis kesalahan, yaitu kesalahan konsep, kesalahan prinsip, kesalahan operasi, dan kesalahan kealpaan, sedangkan kesalahan berdasarkan terjadinya dibedakan menjadi tiga kategori, yaitu kesalahan sistematis, kesalahan random, dan kesalahan kecerobohan (Mirna, 2018).

Murtafiah, Sa'dijah, Chandra, Susiswo, & As'ari (2018) mengemukakan bahwa kurikulum bidang studi matematika hendaknya mencakup tiga elemen, yaitu: (1) konsep menunjuk pada pemahaman dasar. Peserta didik mengembangkan suatu konsep ketika mereka mampu mengklasifikasikan atau mengelompokkan benda-benda atau ketika mereka dapat mengasosiasikan suatu nama dengan kelompok benda tertentu; (2) keterampilan, yaitu menunjuk pada sesuatu yang dilakukan oleh seseorang. Sebagai contoh, proses dalam menggunakan operasi dasar dalam penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian adalah suatu jenis keterampilan matematika. Suatu keterampilan dapat dilihat dari kinerja anak secara baik atau kurang baik, secara cepat atau lambat, dan secara mudah atau sangat sukar. Keterampilan cenderung berkembang dan dapat ditingkatkan melalui latihan; (3) pemecahan masalah, yaitu aplikasi dari konsep dan keterampilan. Dalam pemecahan masalah biasanya melibatkan beberapa kombinasi konsep dan keterampilan dalam suatu situasi baru atau situasi yang berbeda dari sebelumnya. Sebagai contoh, pada saat peserta didik diminta untuk mengukur luas layang-layang pada panjang garis singgung lingkaran, beberapa konsep dan keterampilan ikut terlibat adalah keterampilan mengukur, menjumlahkan dan mengalikan (Kaur, 2014).

METODE PENELITIAN

Penelitian kualitatif deskriptif ini dilakukan di suatu perguruan tinggi negeri di Provinsi Jawa Timur dengan subjek mahasiswa semester 1 jenjang S1 program studi pendidikan matematika. Analisis yang dilakukan diadaptasi dari langkah-langkah analisis kesalahan oleh Medova, Rybansky, Nasticka, & Palenikova (2017), yaitu dengan mengumpulkan data hasil pekerjaan 34 mahasiswa, mengidentifikasi kecenderungan pola kesalahan, kemudian menelaah penyebab kesalahan. Data hasil pekerjaan mahasiswa tersebut didapatkan dari pemberian soal tes fungsi rasional yang dilakukan sebelumnya. Pemberian soal tes dilakukan kepada subjek untuk mengidentifikasi kesalahan-kesalahan pada hasil pekerjaan subjek penelitian.

Penelitian dimulai dengan meminta 34 mahasiswa untuk menggambar grafik dari fungsi $g(x) = \frac{x^2-9}{x^3+3x^2-4x-12}$ dengan semesta pembicaraan adalah bilangan real. Sebelum menggambar grafik fungsi $g(x)$, mahasiswa juga diminta untuk menentukan komponen-komponen yang dapat membantu dalam menggambar grafik fungsi rasional tersebut, yaitu domain $g(x)$, semua asimtot yang ada, titik potong dengan sumbu X dan Y jika ada, dan titik potong dengan asimtot jika ada (Barata & Pinto, 2019).

Setelah mahasiswa selesai menentukan komponen-komponen yang diminta dan menggambar grafik dari fungsi rasional yang diberikan, hasil pekerjaan mahasiswa dikumpulkan dan dianalisis setiap komponennya. Kemudian, peneliti mengodekan setiap pekerjaan mahasiswa sebagai S1 sampai dengan S3 untuk memudahkan dan menyederhanakan analisis. Dari komponen menentukan domain $g(x)$, peneliti mengelompokkan kecenderungan kesalahan yang dilakukan mahasiswa ketika menentukan domain. Kemudian dipilih satu subjek yang mewakili setiap kelompok untuk dideskripsikan dan dikaji lebih lanjut. Cara yang sama diterapkan untuk komponen-komponen yang lain.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berikut dipaparkan dan dikaji kesalahan-kesalahan yang cenderung dibuat oleh mahasiswa dalam menentukan domain $g(x)$, semua asimtot yang ada, titik potong dengan sumbu X dan Y, titik potong dengan asimtot, serta membuat grafik dari fungsi rasional $g(x)$.

a. Domain $g(x)$

Sebagian besar mahasiswa (71% dari 34 mahasiswa) mampu menentukan domain dari fungsi $g(x)$ dengan tepat, yaitu $\{x|x \neq -3, x \neq -2, x \neq 2, x \in \mathbb{R}\}$ atau jika dituliskan dalam bentuk interval adalah $(-\infty, -3) \cup (-3, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$. Sementara sebanyak 29% mahasiswa kurang tepat dalam menentukan domain $g(x)$. Kecenderungan kesalahan yang dilakukan mahasiswa dapat dikategorikan menjadi dua, yang pertama adalah ketidaktepatan mahasiswa dalam menentukan interval (Yang & Tian, 2019). Seperti yang dilakukan oleh subjek S20 yang ditunjukkan pada gambar 1.

Handwritten work for finding the domain of $g(x) = \frac{x^2 - 9}{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}$. The student factors the denominator to $(x^2 - 4)(x + 3)$. They then solve $x^2 - 4 = 0$ and $x + 3 = 0$, finding $x = \pm 2$ and $x = -3$. The final domain is written as $\{x \in \mathbb{R} \mid x \in (-\infty, -3) \cup (-3, -2) \cup (-2, \infty)\}$. A red circle highlights the equations $x^2 - 4 = 0$ and $x + 3 = 0$.

Gambar 1. Ketidaktepatan S20 dalam Menuliskan Interval Domain

S20 menuliskan domain dari fungsi $g(x)$ adalah $(-\infty, -3) \cup (-3, -2) \cup (-2, \infty)$. Kesalahan yang dibuat S20 adalah menuliskan $(-2, \infty)$ sebagai domain dari fungsi $g(x)$ padahal fungsi $x = 2$ bukan merupakan domain dari fungsi $g(x)$. Selain itu, hal lain yang dapat dicermati dari pekerjaan S20 adalah cara S20 menggunakan simbol implikasi untuk merepresentasikan nilai x yang bukan merupakan domain dari $g(x)$ (Napitupulu, Suryadi, & Kusumah, 2016).

Domain dari fungsi rasional $g(x)$ adalah himpunan semua bilangan real kecuali bilangan-bilangan yang membuat penyebutnya bernilai nol. Untuk mencari pengecualian tersebut, cara yang digunakan S20 sudah dapat dikatakan benar, yaitu dengan mencari nilai x yang dapat membuat $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ bernilai 0. Namun, dari pekerjaan S20 dapat dibaca "jika $\frac{x^2 - 9}{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}$ maka $x^2 - 4 = 0$ atau $x + 3 = 0$ ". Pernyataan tersebut menjadi tidak masuk akal. Kesalahan representasi ini juga memunculkan kecurigaan apakah S20 sudah benar memahami konsep domain dari fungsi rasional atau hanya menghafal prosedur.

Kategori kesalahan yang kedua adalah kesalahan prosedural seperti yang dilakukan oleh S2 yang ditunjukkan pada gambar 2. Subjek S2 seharusnya menuliskan $x + 3$, namun S2 menuliskan $x - 3$ (lihat Gambar 2

yang dilingkari merah). Langkah selanjutnya pun kurang tepat, karena S2 menyatakan $x^2(x+3) - 4(x-3) = (x^2-4)(x+3)(x-3)$. Akibat dari kesalahan memfaktorkan ini, tentunya domain dari $g(x)$ pun menjadi tidak tepat pula (gambar 3).

$$\begin{aligned}
 &x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \\
 &x^2(x+3) - 4(x-3) \\
 &(x^2-4)(x+3)(x-3) \\
 &(x^2-4=0 \\
 &x^2-4 \\
 &x = \pm 2 \\
 &(x-2)(x+2)(x+3)(x-3)
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Kesalahan dalam Memfaktorkan $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

$$\begin{aligned}
 g(x) &= \frac{x^2-9}{x^3+3x^2-4x-12} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)} \\
 &= \frac{1}{(x-2)(x+2)} \\
 \text{Domain} = g(x) &= \{x \mid x \neq -3, x \neq -2, x \neq 2, x \neq 3, x \in \mathbb{R}\} \\
 &(-\infty, -3), (-3, -2), (-2, 2), (2, 3), (3, \infty)
 \end{aligned}$$

Gambar 3. Kesalahan Menentukan Domain Akibat Kesalahan Prosedural

b. Asimtot

Fungsi $g(x) = \frac{x^2-9}{x^3+3x^2-4x-12}$ memiliki asimtot horizontal dan asimtot vertikal. Sebagian besar mahasiswa (85%) mampu menentukan asimtot horizontal dari $g(x)$, yaitu $y = 0$. Namun sebanyak 15% mahasiswa tidak dapat menentukan asimtot horizontal dari $g(x)$ secara tepat. Kecenderungan kesalahan mahasiswa dapat dikategorikan menjadi dua. Pertama, kategori mahasiswa yang menyatakan bahwa $g(x)$ tidak memiliki asimtot horizontal, seperti hasil pekerjaan S14 yang ditunjukkan pada gambar 4.

2. Horizontal asymptote = tidak ada
 Oblique asymptote = tidak ada

Gambar 4. Kesalahan Penentuan Asimtot Horizontal Oleh S14

Penyebab kesalahan ini bisa dikarenakan kurang pemahannya mahasiswa mengenai konsep asimtot horizontal (Rushton, 2018). Kategori kedua adalah mahasiswa yang menyatakan bahwa $g(x)$ memiliki asimtot horizontal tetapi gagal menentukan asimtotnya dengan tepat, seperti yang dikerjakan oleh S20 yang ditunjukkan pada gambar 5. S20 mencari asimtot $g(x)$ dengan mensubstitusikan nilai $x = 0$ pada fungsi $g(x)$. Namun, cara ini merupakan cara yang digunakan untuk menentukan titik potong grafik pada sumbu Y (Shraibman, 2019), sehingga hal ini juga menunjukkan bahwa S20 tidak memahami konsep asimtot horizontal.

Horizontal Asimtot
 $g(0) = \frac{0^2 - 9}{0^3 + 3(0^2) - 4(0) - 12} = \frac{-9}{-12} = \frac{3}{4} \Rightarrow H.A = y = \frac{3}{4}$

Gambar 5. Kesalahan Penentuan Asimtot Horizontal Oleh S20

c. Asimtot vertikal

Berdasarkan hasil pekerjaan mahasiswa, sebagian besar mahasiswa masih kesulitan dalam menentukan asimtot vertikal dari suatu fungsi rasional. Hal ini ditunjukkan dengan 68% mahasiswa yang salah dalam menentukan asimtot vertikal. Kecenderungan kesalahan mahasiswa adalah menuliskan asimtot vertikal dari $g(x)$ adalah $x = 2, x = -2$, dan $x = -3$ seperti yang ditunjukkan dari hasil pekerjaan S18 pada gambar 6.

b) Asimtot yang ada
vertikal \Rightarrow erat penyebut
 $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$
 $x^2(x + 3) - 4(x + 3)$
 $(x^2 - 4)(x + 3)$
 $(x + 2)(x - 2)(x + 3)$
 A.V $\Rightarrow x = -2, x = 2, x = -3$

Gambar 6. Hasil Pekerjaan S18

S18 langsung menyimpulkan untuk mencari asimtot vertikal adalah dengan mencari pembuat nol dari penyebut $\frac{x^2-9}{x^3+3x^2-4x-12}$. Padahal cara ini berlaku hanya ketika pembilang dan penyebut dari fungsi tersebut tidak memiliki faktor yang sama kecuali bilangan konstan, sedangkan $x^2 - 9$ dan $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ memiliki faktor yang sama, yaitu $x + 3$. Sehingga asimtot vertikal dari $g(x)$ hanya $x = 2$ dan $x = -2$.

Subjek lain, yaitu S20 bahkan mencari asimtot vertikal dengan memperhatikan pembuat nol dari pembilang (gambar 7). Hal ini menunjukkan kurangnya pemahaman mahasiswa pada konsep asimtot vertikal (Tarpø, Friis, Olsen, Juul, Georgakis, & Brincker, 2019).

b) Semua asimtot yg ada
1. VA = $x^2 - 9$
= $(x+3)(x-3)$
$x = 3$ ✓ $x = -3$ ✓

Gambar 7. Kesalahan S20 Dalam Menentukan Asimtot Vertikal

d. Titik potong sumbu X

Sekitar 41% mahasiswa salah dalam menentukan titik potong grafik dengan sumbu X. Kecenderungan kesalahan mahasiswa dapat dikategorikan menjadi dua. Pertama adalah kelompok mahasiswa yang tidak memperhatikan domain fungsi saat menentukan titik potong grafik $g(x)$, seperti yang ditunjukkan pada hasil pekerjaan S9 di gambar 8.

c) Titik Potong sb. x = $x^2 - 9 = 0$
2. $x^2 = 9$
$x = 3$ ✓ $x = -3$?

Gambar 8. Hasil Pekerjaan S9

S9 mensubstitusikan $g(x) = 0$ pada $g(x) = \frac{x^2-9}{x^3+3x^2-4x-12}$, sehingga memperoleh hasil $x = 3$ atau $x = -3$. Namun, S2 tidak memperhatikan bahwa $x = -3$ bukan merupakan domain dari fungsi $g(x)$. Sehingga grafik fungsi $g(x)$ tidak mungkin berpotongan di titik $(-3,0)$. Hal lain yang dapat

diperhatikan yang juga cukup banyak dilakukan oleh mahasiswa lain adalah merepresentasikan $x = 3$ sebagai titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan sumbu X. Padahal titik potong harusnya dalam bentuk koordinat, yaitu $(3,0)$.

Kategori kecenderungan kesalahan yang kedua adalah mahasiswa yang tidak mensubstitusikan nilai $g(x) = 0$ pada $g(x) = \frac{x^2-9}{x^3+3x^2-4x-12}$ untuk menentukan sebagai titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan sumbu X seperti yang dilakukan oleh S2 (gambar 9). Untuk menentukan titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan sumbu X, S2 hanya mencari pembuat nol dari $x^2 - 4$. Hal ini menunjukkan kurang pemahannya S2 dengan konsep titik potong grafik fungsi dengan sumbu X (Tarpø, Olsen, Juul, Georgakis, & Brincker, 2019).

C. Titik potong sumbu x (2,0)(-2,0)(0,0)

$$(x-2)(x+2) = 0 \quad \checkmark \quad 1 = 0$$

$$x = 2, x = -2 \quad \checkmark \quad x = 0$$

Gambar 9. Cara S2 Menentukan Titik Potong dengan Sumbu X

e. Titik potong sumbu Y

Dalam menentukan titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan sumbu Y, sebagian besar mahasiswa sudah dapat melakukannya. Hanya ada 24% mahasiswa yang tidak tepat dalam menentukan komponen ini. Dari 24% mahasiswa ini, kecenderungan kesalahannya adalah karena tidak mensubstitusikan nilai $x = 0$ pada $g(x) = \frac{x^2-9}{x^3+3x^2-4x-12}$. Seperti yang dilakukan oleh S2 yang ditunjukkan pada gambar 10. S2 mensubstitusikan $x = 0$ pada $g(x) = \frac{1}{x^2-4}$.

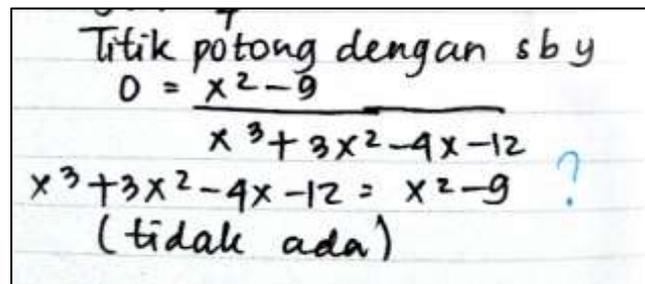
Titik potong sumbu y

$$f(0) = \frac{1}{(-2)(2)} \quad (0, -1/4)$$

$$= -\frac{1}{4}$$

Gambar 10. Cara S2 Menentukan Titik Potong dengan Sumbu Y

Kesalahan yang hampir sama dibuat oleh S20, seperti yang ditunjukkan pada gambar 11. S20 tidak mensubstitusikan nilai $x = 0$, tetapi mensubstitusikan nilai $g(x) = 0$ pada $g(x) = \frac{x^2-9}{x^3+3x^2-4x-12}$.

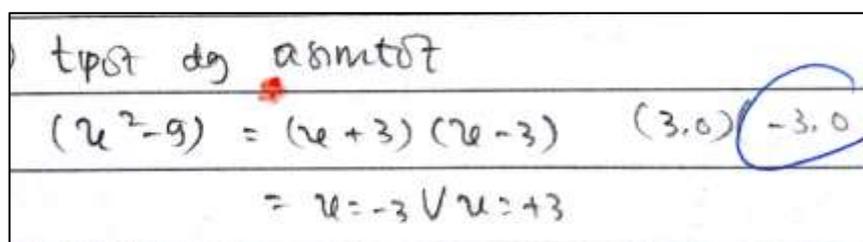


Titik potong dengan sb y
 $0 = x^2 - 9$
 $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$
 $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = x^2 - 9$?
 (tidak ada)

Gambar 11. Cara S20 Menentukan Titik Potong dengan Sumbu Y

f. Titik potong dengan asimtot

Sebanyak 71% mahasiswa melakukan kesalahan dalam menentukan titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan asimtot. Seharusnya grafik fungsi $g(x)$ berpotongan dengan asimtot horizontal adalah $y = 0$ di titik $(3,0)$. Kesalahan mahasiswa dalam menentukan titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan asimtot dikategorikan menjadi tiga, yaitu (1) mahasiswa yang menyebutkan bahwa grafik fungsi $g(x)$ tidak berpotongan dengan asimtot, (2) mahasiswa yang menyebutkan grafik fungsi $g(x)$ berpotongan dengan asimtot di titik $(3,0)$ dan $(-3,0)$, dan (3) mahasiswa yang mencoba-coba mensubstitusi x dengan sebarang nilai (Oktaviyanthi, Herman, & Dahlan, 2018).



tpot dg asimtot
 $(x^2-9) = (x+3)(x-3)$ $(3,0)$ $(-3,0)$
 $= x = -3 \vee x = +3$

Gambar 12. Hasil Pekerjaan S26

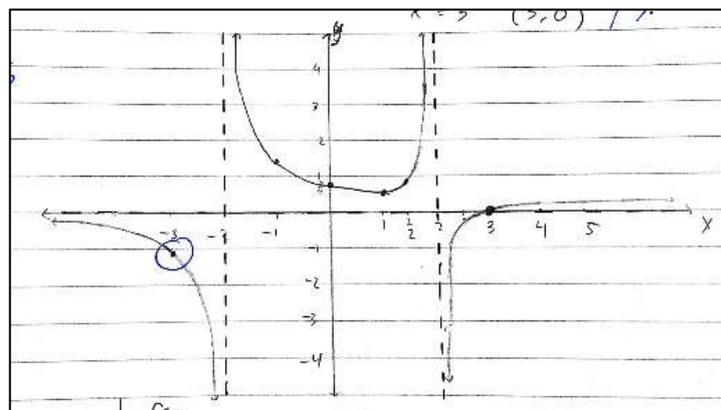
Dari hasil pekerjaan S26 yang ditunjukkan pada Gambar 12, dapat diketahui bahwa S26 menjawab titik potong dengan asimtot di titik $(3,0)$ dan $(-3,0)$ padahal $x = -3$ bukan merupakan domain dari $g(x)$ sehingga tidak mungkin grafik fungsi $g(x)$ berpotongan di titik $(-3,0)$ dengan asimtot

horizontal. Jadi, S26 tidak memperhatikan domain ketika menentukan titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan asimtot (Yang & Tian, 2019).

g. Grafik fungsi $g(x)$

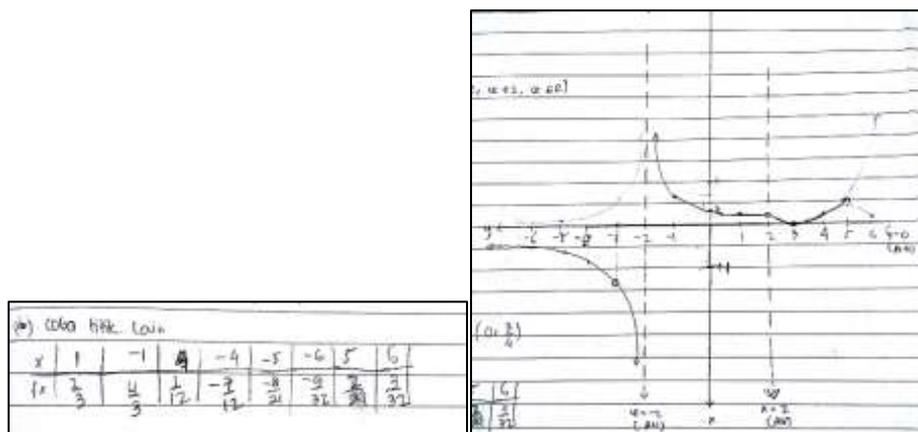
Ada 18 % dari 34 mahasiswa yang dapat menentukan semua komponen dengan benar. Namun, dari 18% mahasiswa tersebut hanya ada satu mahasiswa yang dapat memasukkan semua komponen dengan benar ke dalam grafik fungsi $g(x)$. Kesalahan yang dibuat oleh mahasiswa lain dikategorikan menjadi dua. Pertama adalah tidak mengidentifikasi adanya 'lubang' di grafik fungsi $g(x)$ dan yang kedua adalah kesalahan dalam menginput komponen-komponen yang telah ditemukan ke dalam grafik (Rushton, 2018).

Pada gambar 13, terlihat S6 sudah memasukkan komponen-komponen yang diperoleh ke diagram Cartesius dengan tepat. Namun, S6 belum mengidentifikasi adanya lubang di titik $(-3, -6/5)$. Hal ini disebabkan S6 tidak memperhatikan domain $g(x)$ yang menyatakan bahwa $x = -3$ bukan domain dari fungsi $g(x)$.



Gambar 13. Grafik Fungsi Rasional Oleh S26

Kategori yang kedua adalah mahasiswa salah menginput seperti yang ditunjukkan oleh hasil pekerjaan S25 pada gambar 14. Pada grafik fungsi $g(x)$ yang dibuat oleh S25, tampak grafik memotong asimtot vertikal. Padahal grafik fungsi rasional tidak mungkin memotong asimtot vertikal. Hal ini menunjukkan kurangnya pengetahuan konsep S25 terhadap konsep asimtot vertikal (Bardini, Pierce, Vincent, & King, 2014).



Gambar 14. Grafik Fungsi Rasional Memotong Asimtot Vertikal

SIMPULAN

Dalam menggambar grafik fungsi rasional, sebagian besar mahasiswa kesulitan dalam beberapa hal, yaitu menentukan asimtot vertikal dan titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan sumbu X dan titik potong grafik fungsi $g(x)$ dengan asimtot, dan mahasiswa tidak melakukan pengecekan adanya 'lubang' di grafik fungsi $g(x)$. Penyebab kesalahan mahasiswa secara umum disebabkan oleh kurang pemahannya mahasiswa terhadap konsep dan kesalahan prosedural. Sebagai bahan pertimbangan untuk penelitian selanjutnya, dapat dilakukan wawancara kepada subjek agar dapat mengetahui penyebab kesalahan yang dibuat mahasiswa secara lebih mendalam.

DAFTAR PUSTAKA

- Apriliawan, Agita, Gembong, Sardulo, & Sanusi, S. (2013). Analisis kesalahan penyelesaian soal uraian matematika siswa MTs pada pokok bahasan unsur-unsur lingkaran. *Jurnal Ilmiah PEndidikan Matematika*, 1(2), 23–33.
- Barata, M., & Pinto, P. R. (2019). Representations of thompson groups from cuntz algebras. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 478(1), 212–228. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2019.05.028>.
- Bardini, C., Pierce, R., Vincent, J., & King, D. (2014). Undergraduate mathematics students' understanding of the concept of function. *Journal on Mathematics Education*, 5(2). <https://doi.org/10.22342/jme.5.2.1495.85-107>.
- Kaur, B. (2014). Mathematics education in singapore - an insider's perspective. *Journal on Mathematics Education*, 5(1). <https://doi.org/10.22342/jme.5.1.1444.1-16>.

- Medová, J., Rybanský, L., Naštická, Z., & Páleníková, K. (2017). Error analysis of undergraduate students' solutions of graph algorithm problem. *ERIE*, 3(2), 209–215.
- Mirna, M. (2018). Errors analysis of students in mathematics department to learn plane geometry. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 335, 012116. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/335/1/012116>.
- Murtafiah, W., Sa'dijah, C., Chandra, T. D., Susiswo, S., & As'ari, A. R. (2018). Exploring the explanation of pre-service teacher in mathematics teaching practice. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 259–270. <https://doi.org/10.22342/jme.9.2.5388.259-270>.
- Napitupulu, E. E., Suryadi, D., & Kusumah, Y. S. (2016). Cultivating upper secondary students' mathematical reasoning-ability and attitude towards mathematics through problem-based learning. *Journal on Mathematics Education*, 7(2). <https://doi.org/10.22342/jme.7.2.3542.117-128>.
- Oktaviyanthi, R., Herman, T., & Dahlan, J. A. (2018). How Does pre-service mathematics teacher prove the limit of a function by formal definition. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 195–212. <https://doi.org/10.22342/jme.9.2.5684.195-212>.
- Rushton, S. J. (2018). Teaching and learning mathematics though error analysis. *Fields Mathematics Education Journal*, 3(1), 14–26. <https://doi.org/10.1186/s40928-018-0009-y>.
- Shraibman, A. (2019). Nondeterministic communication complexity with help and graph functions. *Theoretical Computer Science*, 782, 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2019.02.026>.
- Sian, K. J., Shahrill, M., Yusof, N., Ling, G. C. L., & Roslan, R. (2016). Graphic organizer in action: solving secondary mathematics word problems. *Journal on Mathematics Education*, 7(2). <https://doi.org/10.22342/jme.7.2.3546.83-90>.
- Tarpø, M., Friis, T., Olsen, P., Juul, M., Georgakis, C., & Brincker, R. (2019). Automated reduction of statistical errors in the estimated correlation function matrix for operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 132, 790–805. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.07.024>.
- Yang, Z., & Tian, J.-F. (2019). Asymptotic expansions for the gamma function in terms of hyperbolic functions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 478(1), 133–155. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2019.05.022>.