



**PENENTUAN DISTRIBUSI SUHU PADA PELAT LOGAM DENGAN  
CARA MENYELESAIKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL ELIPTIK  
MENGUNAKAN MICROSOFT EXCEL**

**Lukman Samatowa\*, Septiana Kurniasari, Muhammad Yunus, Relita Damopolii**

Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Gorontalo

\*Corresponding Address: [lukman.samatowa@ung.ac.id](mailto:lukman.samatowa@ung.ac.id)

---

**Info Artikel**

*Riwayat artikel*

Dikirim : Feb 20, 2023  
Direvisi : Mar 10, 2023  
Diterima : Mar 16, 2023

**Kata Kunci:**

Microsoft Excel  
Distribusi Suhu  
PDE

**DOI:**

10.24252/jpf.v11i1.36382

---

**ABSTRAK**

Penelitian ini bertujuan untuk visualisasi distribusi suhu pada pelat logam dengan menyelesaikan persamaan diferensial eliptik menggunakan bantuan program Microsoft Excel. Banyak masalah fisika yang memiliki solusi secara analitik terbatas sehingga diperlukan solusi numerik. Salah satunya adalah mengenai distribusi suhu pada pelat logam homogen dalam kondisi tunak. Bentuk persamaan aliran panas dalam kondisi tunak adalah persamaan diferensial parsial eliptik (PDE). Dengan menyelesaikan persamaan ini pelat dapat menjadi model numerik berupa jaring-jaring yang memiliki titik suhu tertentu. Setiap titik telah diketahui persamaan untuk menghitung nilai suhunya. Persamaan ini dipengaruhi batas tepi dari pelat dan adanya pembangkit kalor. Tepi pelat dapat berupa suhu yang konstan, konveksi dengan udara luar dan tepi yang diisolasi. Model ini kemudian diolah menggunakan Microsoft Excel dengan perhitungan iterasi hingga kemudian diperoleh nilai sebaran suhu. Hasilnya, diperoleh visualisasi grafik mengenai distribusi suhu pada pelat.

---

**ABSTRACT**

This study aims to visualize the temperature distribution on metal plates by solving elliptic differential equations using the help of the Microsoft Excel program. Many physics problems have limited analytic solutions so a numerical solution is needed. One of them is about the temperature distribution on a homogeneous metal plate in a steady-state condition. The equation of heat flow in steady-state conditions is an elliptic partial differential equation (PDE). By solving this equation, we will have a numerical model of the plate that can be a mesh with a certain temperature point. Each point has been known to calculate the temperature value. The temperature value influenced. The Temperature value influenced borders on the plate and the presence of heat generation. The edge of the plate can be a constant temperature, a convection zone with the outside air, or an isolated edge. This model is then processed using Microsoft Excel with the iteration calculation until the temperature distribution value is obtained. The results obtained a graphical visualization of temperature distribution on the plate.

---

© 2022 The Author(s). Published by Department of Physics Education. Alauddin State Islamic University Makassar.

## PENDAHULUAN

Cabang dari fisika yang membahas mengenai hubungan antara kalor dan bentuk lain dari energi disebut termodinamika. Pada prinsipnya, termodinamika sama seperti ilmu alam yang lain yang berdasarkan pengamatan yang kemudian ditetapkan hukum-hukumnya yang mencakup semua kejadian yang terjadi di alam dan belum ditemukan pengecualian atas hukum-hukum tersebut. Secara khusus, termodinamika dikenal sebagai ilmu yang mempelajari tentang kalor (panas), yaitu energi yang mengalir atau berpindah [1].

Perpindahan energi terjadi ketika ada perbedaan suhu antar bagian di dalam suatu sistem, atau ketika dua sistem yang suhunya berbeda mengalami kontak [2]. Secara makroskopis energi yang berpindah ini pengaruhnya dapat diidentifikasi dan diukur, sedangkan secara mikroskopis dapat ditunjukkan melalui teori kinetik dan termodinamika statistik bahwa aliran kalor adalah proses perubahan energi internal dari suatu sistem. Berlangsungnya proses aliran energi (kalor) dalam sebuah sistem ditunjukkan oleh distribusi suhu pada sistem tersebut.

Persamaan matematika yang menjelaskan fenomena distribusi kalor ini berbentuk persamaan diferensial. Persamaan diferensial memiliki banyak ragam dan jenis mulai dari yang sederhana hingga yang rumit (kompleks). Persamaan diferensial yang sederhana bisa diselesaikan menggunakan metode analitik, sedangkan persamaan diferensial yang kompleks dapat diselesaikan dengan menggunakan metode numerik menggunakan bantuan komputer sebagai alat hitung. Persamaan diferensial eliptik yang digunakan untuk menyelesaikan distribusi kalor dalam keadaan tunak dapat dikategorikan pada persamaan diferensial kompleks. Terdapat banyak program yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan ini.

Pada tahun 2003, Sumariyah dkk. membuat program komputasi aliran kalor pada sebuah batang dengan menggunakan algoritma *numerov* dan bahasa pemrograman *Delphi 6.0*. Algoritma *numerov* merupakan penjabaran dari deret Taylor yang merupakan metode beda hingga [3]. Siti Sailah (2010) menggunakan metode Crank Nicholson untuk menentukan distribusi suhu 1D. Perhitungan distribusi suhu melibatkan persamaan diferensial. Persamaan diferensial yang dipakai adalah persamaan diferensial parabolik. Persamaan ini menggunakan pendekatan metode Crank Nicholson serta penyelesaian Gauss Seidel. Hasilnya menunjukkan terjadi perambatan kalor menuju bagian tengah benda [4]. MATLAB 7.0 digunakan Supardiyono (2011) untuk menerangkan distribusi suhu menggunakan persamaan *laplace*. Supardiyono menggunakan metode beda hingga untuk penyelesaian secara numerik. Metode ini menggunakan interval suhu dari 0 sampai 0,5. dengan interval  $x$  dan  $y$  antara 0 sampai 1 [5]. Supardi (2003) menggunakan metode relaksasi dalam penyelesaian masalah persamaan diferensial dimensi dua. Metode ini menggunakan parameter kontrol omega untuk mengontrol laju konvergensi. Parameter ini dibagi menjadi dua jenis yaitu *under relaxion* dan *over relaxion* [6].

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menyelesaikan persamaan diferensial eliptik dari model aliran kalor dalam kondisi tunak pada pelat logam secara numerik menggunakan Microsoft Excel.

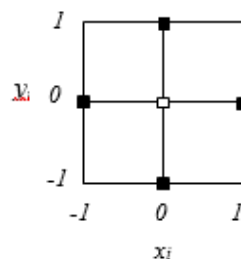
**METODE**

***Menyelesaikan Persamaan Konduksi Kalor Dua Dimensi pada Konduksi Tunak***

Distribusi suhu pada pelat logam dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan diferensial eliptik (persamaan 1). Distribusi suhu pada pelat ini berlangsung dalam kondisi tunak (*ajeg/steady state*). Pada keadaan *steady state*, distribusi suhu bukan fungsi waktu, dan dalam perhitungan numerik, konstanta-konstanta dapat diberi nilai 1. Persamaan distribusi kalor tak gayut waktu dan konstanta konduktivitas termal dipilih sama dengan 1, yang dikenal sebagai persamaan Laplace 2 dimensi.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

Empat titik kisi yang digunakan dalam perhitungan  $T(x,y)$  ditunjukkan pada gambar 1.



Gambar 1. Sketsa Penyelesaian Persamaan Diferensial Eliptik dengan Metode Beda Hingga

Titik hitam menunjukkan nilai fungsi dari perhitungan sebelumnya, sedangkan titik putih menunjukkan nilai fungsi yang akan dihitung. Dalam lembar kerja Microsoft Excel, titik tersebut diwakili dengan sel lembar kerja. Distribusi suhu 2-D dengan bentuk geometri yang sederhana adalah distribusi suhu pada kotak 2x2 cm. Kemudian dipilih  $h = k = 1$  cm, sehingga akan ada 4 titik suhu yang dihitung nilainya menggunakan lembar kerja Microsoft Excel seperti ditunjukkan gambar 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2			100	100				
3		0	$T_{1,2}$	$T_{2,2}$	0			
4		0	$T_{1,1}$	$T_{2,1}$	0			
5			0	0				
6								
7								
8								

Gambar 2. Lembar Kerja Excel untuk Distribusi Suhu pada Pelat 2x2 cm ( $h = k = 1$  cm)

Pelat yang dimaksud adalah yang berada di tengah (berwarna putih). Pelat yang menempel pada bagian pinggir adalah tandon kalor yang suhunya dijaga konstan. Tandon kalor di sisi atas dijaga pada suhu 100°C, sedangkan pada sisi yang lain dijaga pada suhu 0°C. Untuk pelat (2x2 cm) dengan *grid* lebih besar, ditentukan nilai  $h = k =$



0,4 cm. Sehingga akan terbentuk kisi berukuran 5x5. Dalam lembar kerja Microsoft Excel akan ada 7x7 sel dengan masing-masing 1 sel pada tiap sisi sebagai tandon kalor, seperti ditunjukkan pada gambar 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2			100	100	100	100	100			
3		0	$T_{1,5}$	$T_{2,5}$	$T_{3,5}$	$T_{4,5}$	$T_{5,5}$	0		
4		0	$T_{1,4}$	$T_{2,4}$	$T_{3,4}$	$T_{4,4}$	$T_{5,4}$	0		
5		0	$T_{1,3}$	$T_{2,3}$	$T_{3,3}$	$T_{4,3}$	$T_{5,3}$	0		
6		0	$T_{1,2}$	$T_{2,2}$	$T_{3,2}$	$T_{4,2}$	$T_{5,2}$	0		
7		0	$T_{1,1}$	$T_{2,1}$	$T_{3,1}$	$T_{4,1}$	$T_{5,1}$	0		
8			0	0	0	0	0			
9										

Gambar 3. Lembar Kerja Microsoft Excel untuk Distribusi Suhu pada Pelat 2x2 cm ( $h = k = 0,4\text{cm}$ )

Untuk pelat (2x2 cm) dengan grid lebih besar lagi, ditentukan nilai  $h = k = 0.1$  cm. Sehingga akan terbentuk kisi berukuran 20x20. Dalam lembar kerja Microsoft Excel akan ada 22x22 sel dengan masing-masing 1 sel pada tiap sisi sebagai tandon kalor, seperti ditunjukkan pada gambar 4.

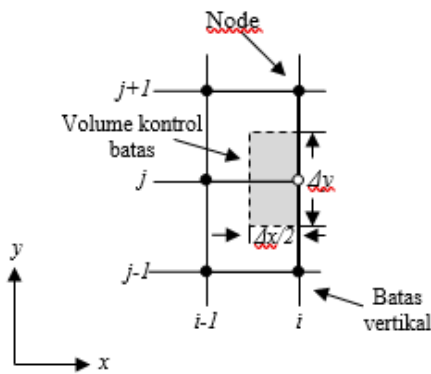
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W		
1																									
2			100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
3		0	$T_{1,20}$	$T_{2,20}$	$T_{3,20}$	$T_{4,20}$	$T_{5,20}$	$T_{6,20}$	$T_{7,20}$	$T_{8,20}$	$T_{9,20}$	$T_{10,20}$	$T_{11,20}$	$T_{12,20}$	$T_{13,20}$	$T_{14,20}$	$T_{15,20}$	$T_{16,20}$	$T_{17,20}$	$T_{18,20}$	$T_{19,20}$	$T_{20,20}$	0		
4		0	$T_{1,19}$	$T_{2,19}$	$T_{3,19}$	$T_{4,19}$	$T_{5,19}$	$T_{6,19}$	$T_{7,19}$	$T_{8,19}$	$T_{9,19}$	$T_{10,19}$	$T_{11,19}$	$T_{12,19}$	$T_{13,19}$	$T_{14,19}$	$T_{15,19}$	$T_{16,19}$	$T_{17,19}$	$T_{18,19}$	$T_{19,19}$	$T_{20,19}$	0		
5		0	$T_{1,18}$	$T_{2,18}$	$T_{3,18}$	$T_{4,18}$	$T_{5,18}$	$T_{6,18}$	$T_{7,18}$	$T_{8,18}$	$T_{9,18}$	$T_{10,18}$	$T_{11,18}$	$T_{12,18}$	$T_{13,18}$	$T_{14,18}$	$T_{15,18}$	$T_{16,18}$	$T_{17,18}$	$T_{18,18}$	$T_{19,18}$	$T_{20,18}$	0		
6		0	$T_{1,17}$	$T_{2,17}$	$T_{3,17}$	$T_{4,17}$	$T_{5,17}$	$T_{6,17}$	$T_{7,17}$	$T_{8,17}$	$T_{9,17}$	$T_{10,17}$	$T_{11,17}$	$T_{12,17}$	$T_{13,17}$	$T_{14,17}$	$T_{15,17}$	$T_{16,17}$	$T_{17,17}$	$T_{18,17}$	$T_{19,17}$	$T_{20,17}$	0		
7		0	$T_{1,16}$	$T_{2,16}$	$T_{3,16}$	$T_{4,16}$	$T_{5,16}$	$T_{6,16}$	$T_{7,16}$	$T_{8,16}$	$T_{9,16}$	$T_{10,16}$	$T_{11,16}$	$T_{12,16}$	$T_{13,16}$	$T_{14,16}$	$T_{15,16}$	$T_{16,16}$	$T_{17,16}$	$T_{18,16}$	$T_{19,16}$	$T_{20,16}$	0		
8		0	$T_{1,15}$	$T_{2,15}$	$T_{3,15}$	$T_{4,15}$	$T_{5,15}$	$T_{6,15}$	$T_{7,15}$	$T_{8,15}$	$T_{9,15}$	$T_{10,15}$	$T_{11,15}$	$T_{12,15}$	$T_{13,15}$	$T_{14,15}$	$T_{15,15}$	$T_{16,15}$	$T_{17,15}$	$T_{18,15}$	$T_{19,15}$	$T_{20,15}$	0		
9		0	$T_{1,14}$	$T_{2,14}$	$T_{3,14}$	$T_{4,14}$	$T_{5,14}$	$T_{6,14}$	$T_{7,14}$	$T_{8,14}$	$T_{9,14}$	$T_{10,14}$	$T_{11,14}$	$T_{12,14}$	$T_{13,14}$	$T_{14,14}$	$T_{15,14}$	$T_{16,14}$	$T_{17,14}$	$T_{18,14}$	$T_{19,14}$	$T_{20,14}$	0		
10		0	$T_{1,13}$	$T_{2,13}$	$T_{3,13}$	$T_{4,13}$	$T_{5,13}$	$T_{6,13}$	$T_{7,13}$	$T_{8,13}$	$T_{9,13}$	$T_{10,13}$	$T_{11,13}$	$T_{12,13}$	$T_{13,13}$	$T_{14,13}$	$T_{15,13}$	$T_{16,13}$	$T_{17,13}$	$T_{18,13}$	$T_{19,13}$	$T_{20,13}$	0		
11		0	$T_{1,12}$	$T_{2,12}$	$T_{3,12}$	$T_{4,12}$	$T_{5,12}$	$T_{6,12}$	$T_{7,12}$	$T_{8,12}$	$T_{9,12}$	$T_{10,12}$	$T_{11,12}$	$T_{12,12}$	$T_{13,12}$	$T_{14,12}$	$T_{15,12}$	$T_{16,12}$	$T_{17,12}$	$T_{18,12}$	$T_{19,12}$	$T_{20,12}$	0		
12		0	$T_{1,11}$	$T_{2,11}$	$T_{3,11}$	$T_{4,11}$	$T_{5,11}$	$T_{6,11}$	$T_{7,11}$	$T_{8,11}$	$T_{9,11}$	$T_{10,11}$	$T_{11,11}$	$T_{12,11}$	$T_{13,11}$	$T_{14,11}$	$T_{15,11}$	$T_{16,11}$	$T_{17,11}$	$T_{18,11}$	$T_{19,11}$	$T_{20,11}$	0		
13		0	$T_{1,10}$	$T_{2,10}$	$T_{3,10}$	$T_{4,10}$	$T_{5,10}$	$T_{6,10}$	$T_{7,10}$	$T_{8,10}$	$T_{9,10}$	$T_{10,10}$	$T_{11,10}$	$T_{12,10}$	$T_{13,10}$	$T_{14,10}$	$T_{15,10}$	$T_{16,10}$	$T_{17,10}$	$T_{18,10}$	$T_{19,10}$	$T_{20,10}$	0		
14		0	$T_{1,9}$	$T_{2,9}$	$T_{3,9}$	$T_{4,9}$	$T_{5,9}$	$T_{6,9}$	$T_{7,9}$	$T_{8,9}$	$T_{9,9}$	$T_{10,9}$	$T_{11,9}$	$T_{12,9}$	$T_{13,9}$	$T_{14,9}$	$T_{15,9}$	$T_{16,9}$	$T_{17,9}$	$T_{18,9}$	$T_{19,9}$	$T_{20,9}$	0		
15		0	$T_{1,8}$	$T_{2,8}$	$T_{3,8}$	$T_{4,8}$	$T_{5,8}$	$T_{6,8}$	$T_{7,8}$	$T_{8,8}$	$T_{9,8}$	$T_{10,8}$	$T_{11,8}$	$T_{12,8}$	$T_{13,8}$	$T_{14,8}$	$T_{15,8}$	$T_{16,8}$	$T_{17,8}$	$T_{18,8}$	$T_{19,8}$	$T_{20,8}$	0		
16		0	$T_{1,7}$	$T_{2,7}$	$T_{3,7}$	$T_{4,7}$	$T_{5,7}$	$T_{6,7}$	$T_{7,7}$	$T_{8,7}$	$T_{9,7}$	$T_{10,7}$	$T_{11,7}$	$T_{12,7}$	$T_{13,7}$	$T_{14,7}$	$T_{15,7}$	$T_{16,7}$	$T_{17,7}$	$T_{18,7}$	$T_{19,7}$	$T_{20,7}$	0		
17		0	$T_{1,6}$	$T_{2,6}$	$T_{3,6}$	$T_{4,6}$	$T_{5,6}$	$T_{6,6}$	$T_{7,6}$	$T_{8,6}$	$T_{9,6}$	$T_{10,6}$	$T_{11,6}$	$T_{12,6}$	$T_{13,6}$	$T_{14,6}$	$T_{15,6}$	$T_{16,6}$	$T_{17,6}$	$T_{18,6}$	$T_{19,6}$	$T_{20,6}$	0		
18		0	$T_{1,5}$	$T_{2,5}$	$T_{3,5}$	$T_{4,5}$	$T_{5,5}$	$T_{6,5}$	$T_{7,5}$	$T_{8,5}$	$T_{9,5}$	$T_{10,5}$	$T_{11,5}$	$T_{12,5}$	$T_{13,5}$	$T_{14,5}$	$T_{15,5}$	$T_{16,5}$	$T_{17,5}$	$T_{18,5}$	$T_{19,5}$	$T_{20,5}$	0		
19		0	$T_{1,4}$	$T_{2,4}$	$T_{3,4}$	$T_{4,4}$	$T_{5,4}$	$T_{6,4}$	$T_{7,4}$	$T_{8,4}$	$T_{9,4}$	$T_{10,4}$	$T_{11,4}$	$T_{12,4}$	$T_{13,4}$	$T_{14,4}$	$T_{15,4}$	$T_{16,4}$	$T_{17,4}$	$T_{18,4}$	$T_{19,4}$	$T_{20,4}$	0		
20		0	$T_{1,3}$	$T_{2,3}$	$T_{3,3}$	$T_{4,3}$	$T_{5,3}$	$T_{6,3}$	$T_{7,3}$	$T_{8,3}$	$T_{9,3}$	$T_{10,3}$	$T_{11,3}$	$T_{12,3}$	$T_{13,3}$	$T_{14,3}$	$T_{15,3}$	$T_{16,3}$	$T_{17,3}$	$T_{18,3}$	$T_{19,3}$	$T_{20,3}$	0		
21		0	$T_{1,2}$	$T_{2,2}$	$T_{3,2}$	$T_{4,2}$	$T_{5,2}$	$T_{6,2}$	$T_{7,2}$	$T_{8,2}$	$T_{9,2}$	$T_{10,2}$	$T_{11,2}$	$T_{12,2}$	$T_{13,2}$	$T_{14,2}$	$T_{15,2}$	$T_{16,2}$	$T_{17,2}$	$T_{18,2}$	$T_{19,2}$	$T_{20,2}$	0		
22		0	$T_{1,1}$	$T_{2,1}$	$T_{3,1}$	$T_{4,1}$	$T_{5,1}$	$T_{6,1}$	$T_{7,1}$	$T_{8,1}$	$T_{9,1}$	$T_{10,1}$	$T_{11,1}$	$T_{12,1}$	$T_{13,1}$	$T_{14,1}$	$T_{15,1}$	$T_{16,1}$	$T_{17,1}$	$T_{18,1}$	$T_{19,1}$	$T_{20,1}$	0		
23			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Gambar 4. Lembar Kerja Microsoft Excel untuk Distribusi Suhu pada Pelat 2x2 cm ( $h = k = 0,1\text{cm}$ )

**Kondisi Batas (Boundary Condition)**

Ketika tepi dari sebuah pelat berada dalam kondisi dengan suhu yang tetap maka persamaan yang berlaku adalah seperti persamaan 5. Namun jika tepi diberi batas tertentu seperti berbatasan dengan keadaan konveksi dengan udara bebas, atau berbatasan dengan sisi yang diisolasi dan memiliki pembangkit kalor dalam pelat itu, maka ada persamaan baru berkaitan dengan batas tersebut. Persamaan ini berkaitan dengan aliran energi pada volume kontrol batas tersebut [2].





Gambar 5. Volume Kontrol dari Batas Vertikal Pelat Konduksi Dua Dimensi [2]



Gambar 6. Model Excel untuk Kondisi Batas Konveksi

Gambar 6 (a) menunjukkan model Microsoft Excel di mana sisi yang sebelah kiri memiliki kondisi batas konveksi, sisi atas memiliki suhu 100°C, sisi kanan dan bawah memiliki suhu 0°C. Gambar 6 (b) menunjukkan model Microsoft Excel di mana sisi kiri dan kanan memiliki kondisi batas konveksi sementara sisi atas dan bawah masing-masing memiliki suhu 100°C dan 0°C.



Gambar 7. Model Excel untuk Kondisi Batas Isolasi

Gambar 7 (a) menunjukkan model Microsoft Excel di mana sisi yang sebelah kiri diisolasi, sisi atas memiliki suhu 100°C, sisi kanan dan bawah memiliki suhu 0°C. Gambar 7 (b) menunjukkan model Microsoft Excel di mana sisi kiri dan kanan memiliki kondisi batas isolasi sementara sisi atas dan bawah masing-masing memiliki suhu 100°C dan 0°C.

C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
			100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
	1		$T_{1,20}$	$T_{2,20}$	$T_{3,20}$	$T_{4,20}$	$T_{5,20}$	$T_{6,20}$	$T_{7,20}$	$T_{8,20}$	$T_{9,20}$	$T_{10,20}$	$T_{11,20}$	$T_{12,20}$	$T_{13,20}$	$T_{14,20}$	$T_{15,20}$	$T_{16,20}$	$T_{17,20}$	$T_{18,20}$	$T_{19,20}$	$T_{20,20}$	
	2		$T_{1,19}$	$T_{2,19}$	$T_{3,19}$	$T_{4,19}$	$T_{5,19}$	$T_{6,19}$	$T_{7,19}$	$T_{8,19}$	$T_{9,19}$	$T_{10,19}$	$T_{11,19}$	$T_{12,19}$	$T_{13,19}$	$T_{14,19}$	$T_{15,19}$	$T_{16,19}$	$T_{17,19}$	$T_{18,19}$	$T_{19,19}$	$T_{20,19}$	
	3		$T_{1,18}$	$T_{2,18}$	$T_{3,18}$	$T_{4,18}$	$T_{5,18}$	$T_{6,18}$	$T_{7,18}$	$T_{8,18}$	$T_{9,18}$	$T_{10,18}$	$T_{11,18}$	$T_{12,18}$	$T_{13,18}$	$T_{14,18}$	$T_{15,18}$	$T_{16,18}$	$T_{17,18}$	$T_{18,18}$	$T_{19,18}$	$T_{20,18}$	
	4		$T_{1,17}$	$T_{2,17}$	$T_{3,17}$	$T_{4,17}$	$T_{5,17}$	$T_{6,17}$	$T_{7,17}$	$T_{8,17}$	$T_{9,17}$	$T_{10,17}$	$T_{11,17}$	$T_{12,17}$	$T_{13,17}$	$T_{14,17}$	$T_{15,17}$	$T_{16,17}$	$T_{17,17}$	$T_{18,17}$	$T_{19,17}$	$T_{20,17}$	
	5		$T_{1,16}$	$T_{2,16}$	$T_{3,16}$	$T_{4,16}$	$T_{5,16}$	$T_{6,16}$	$T_{7,16}$	$T_{8,16}$	$T_{9,16}$	$T_{10,16}$	$T_{11,16}$	$T_{12,16}$	$T_{13,16}$	$T_{14,16}$	$T_{15,16}$	$T_{16,16}$	$T_{17,16}$	$T_{18,16}$	$T_{19,16}$	$T_{20,16}$	
	6		$T_{1,15}$	$T_{2,15}$	$T_{3,15}$	$T_{4,15}$	$T_{5,15}$	$T_{6,15}$	$T_{7,15}$	$T_{8,15}$	$T_{9,15}$	$T_{10,15}$	$T_{11,15}$	$T_{12,15}$	$T_{13,15}$	$T_{14,15}$	$T_{15,15}$	$T_{16,15}$	$T_{17,15}$	$T_{18,15}$	$T_{19,15}$	$T_{20,15}$	
	7		$T_{1,14}$	$T_{2,14}$	$T_{3,14}$	$T_{4,14}$	$T_{5,14}$	$T_{6,14}$	$T_{7,14}$	$T_{8,14}$	$T_{9,14}$	$T_{10,14}$	$T_{11,14}$	$T_{12,14}$	$T_{13,14}$	$T_{14,14}$	$T_{15,14}$	$T_{16,14}$	$T_{17,14}$	$T_{18,14}$	$T_{19,14}$	$T_{20,14}$	
	8		$T_{1,13}$	$T_{2,13}$	$T_{3,13}$	$T_{4,13}$	$T_{5,13}$	$T_{6,13}$	$T_{7,13}$	$T_{8,13}$	$T_{9,13}$	$T_{10,13}$	$T_{11,13}$	$T_{12,13}$	$T_{13,13}$	$T_{14,13}$	$T_{15,13}$	$T_{16,13}$	$T_{17,13}$	$T_{18,13}$	$T_{19,13}$	$T_{20,13}$	
	9		$T_{1,12}$	$T_{2,12}$	$T_{3,12}$	$T_{4,12}$	$T_{5,12}$	$T_{6,12}$	$T_{7,12}$	$T_{8,12}$	$T_{9,12}$	$T_{10,12}$	$T_{11,12}$	$T_{12,12}$	$T_{13,12}$	$T_{14,12}$	$T_{15,12}$	$T_{16,12}$	$T_{17,12}$	$T_{18,12}$	$T_{19,12}$	$T_{20,12}$	
	10	Isolasi	$T_{1,11}$	$T_{2,11}$	$T_{3,11}$	$T_{4,11}$	$T_{5,11}$	$T_{6,11}$	$T_{7,11}$	$T_{8,11}$	$T_{9,11}$	$T_{10,11}$	$T_{11,11}$	$T_{12,11}$	$T_{13,11}$	$T_{14,11}$	$T_{15,11}$	$T_{16,11}$	$T_{17,11}$	$T_{18,11}$	$T_{19,11}$	$T_{20,11}$	
	11		$T_{1,10}$	$T_{2,10}$	$T_{3,10}$	$T_{4,10}$	$T_{5,10}$	$T_{6,10}$	$T_{7,10}$	$T_{8,10}$	$T_{9,10}$	$T_{10,10}$	$T_{11,10}$	$T_{12,10}$	$T_{13,10}$	$T_{14,10}$	$T_{15,10}$	$T_{16,10}$	$T_{17,10}$	$T_{18,10}$	$T_{19,10}$	$T_{20,10}$	
	12		$T_{1,9}$	$T_{2,9}$	$T_{3,9}$	$T_{4,9}$	$T_{5,9}$	$T_{6,9}$	$T_{7,9}$	$T_{8,9}$	$T_{9,9}$	$T_{10,9}$	$T_{11,9}$	$T_{12,9}$	$T_{13,9}$	$T_{14,9}$	$T_{15,9}$	$T_{16,9}$	$T_{17,9}$	$T_{18,9}$	$T_{19,9}$	$T_{20,9}$	
	13		$T_{1,8}$	$T_{2,8}$	$T_{3,8}$	$T_{4,8}$	$T_{5,8}$	$T_{6,8}$	$T_{7,8}$	$T_{8,8}$	$T_{9,8}$	$T_{10,8}$	$T_{11,8}$	$T_{12,8}$	$T_{13,8}$	$T_{14,8}$	$T_{15,8}$	$T_{16,8}$	$T_{17,8}$	$T_{18,8}$	$T_{19,8}$	$T_{20,8}$	
	14		$T_{1,7}$	$T_{2,7}$	$T_{3,7}$	$T_{4,7}$	$T_{5,7}$	$T_{6,7}$	$T_{7,7}$	$T_{8,7}$	$T_{9,7}$	$T_{10,7}$	$T_{11,7}$	$T_{12,7}$	$T_{13,7}$	$T_{14,7}$	$T_{15,7}$	$T_{16,7}$	$T_{17,7}$	$T_{18,7}$	$T_{19,7}$	$T_{20,7}$	
	15		$T_{1,6}$	$T_{2,6}$	$T_{3,6}$	$T_{4,6}$	$T_{5,6}$	$T_{6,6}$	$T_{7,6}$	$T_{8,6}$	$T_{9,6}$	$T_{10,6}$	$T_{11,6}$	$T_{12,6}$	$T_{13,6}$	$T_{14,6}$	$T_{15,6}$	$T_{16,6}$	$T_{17,6}$	$T_{18,6}$	$T_{19,6}$	$T_{20,6}$	
	16		$T_{1,5}$	$T_{2,5}$	$T_{3,5}$	$T_{4,5}$	$T_{5,5}$	$T_{6,5}$	$T_{7,5}$	$T_{8,5}$	$T_{9,5}$	$T_{10,5}$	$T_{11,5}$	$T_{12,5}$	$T_{13,5}$	$T_{14,5}$	$T_{15,5}$	$T_{16,5}$	$T_{17,5}$	$T_{18,5}$	$T_{19,5}$	$T_{20,5}$	
	17		$T_{1,4}$	$T_{2,4}$	$T_{3,4}$	$T_{4,4}$	$T_{5,4}$	$T_{6,4}$	$T_{7,4}$	$T_{8,4}$	$T_{9,4}$	$T_{10,4}$	$T_{11,4}$	$T_{12,4}$	$T_{13,4}$	$T_{14,4}$	$T_{15,4}$	$T_{16,4}$	$T_{17,4}$	$T_{18,4}$	$T_{19,4}$	$T_{20,4}$	
	18		$T_{1,3}$	$T_{2,3}$	$T_{3,3}$	$T_{4,3}$	$T_{5,3}$	$T_{6,3}$	$T_{7,3}$	$T_{8,3}$	$T_{9,3}$	$T_{10,3}$	$T_{11,3}$	$T_{12,3}$	$T_{13,3}$	$T_{14,3}$	$T_{15,3}$	$T_{16,3}$	$T_{17,3}$	$T_{18,3}$	$T_{19,3}$	$T_{20,3}$	
	19		$T_{1,2}$	$T_{2,2}$	$T_{3,2}$	$T_{4,2}$	$T_{5,2}$	$T_{6,2}$	$T_{7,2}$	$T_{8,2}$	$T_{9,2}$	$T_{10,2}$	$T_{11,2}$	$T_{12,2}$	$T_{13,2}$	$T_{14,2}$	$T_{15,2}$	$T_{16,2}$	$T_{17,2}$	$T_{18,2}$	$T_{19,2}$	$T_{20,2}$	
	20		$T_{1,1}$	$T_{2,1}$	$T_{3,1}$	$T_{4,1}$	$T_{5,1}$	$T_{6,1}$	$T_{7,1}$	$T_{8,1}$	$T_{9,1}$	$T_{10,1}$	$T_{11,1}$	$T_{12,1}$	$T_{13,1}$	$T_{14,1}$	$T_{15,1}$	$T_{16,1}$	$T_{17,1}$	$T_{18,1}$	$T_{19,1}$	$T_{20,1}$	
			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Gambar 8. Model Excel untuk Kondisi Batas Konveksi dan Isolasi

Perhitungan langsung dari lembar kerja Microsoft Excel ini dapat digunakan untuk model dengan pembangkit kalor untuk Gambar 8 dengan variasi nilai  $k$  untuk 3 jenis bahan yang berbeda yaitu:



1. Tembaga ( $k= 386 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$ )
2. Besi murni ( $k= 73 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$ )
3. Baja nikel ( $k= 10 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$ )

Selain itu, dapat juga divariasikan nilai  $\Delta x$  masing-masing 0.1 cm, 1 cm dan 10 cm, dengan:

$$h = 75 \text{ (W/m}\cdot\text{°C)},$$

$$T_\infty = 30 \text{ °C},$$

$$q = 500 \text{ W/m}^3, \text{ dan}$$

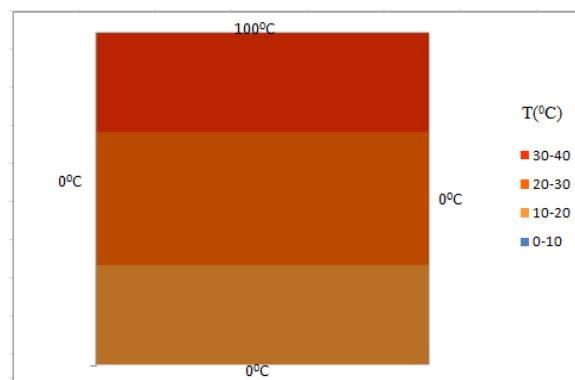
$$k = 10 \text{ W/m}\cdot\text{°C}.$$

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Langkah pertama, dilakukan simulasi distribusi suhu pada pelat logam 2x2 cm dengan 4 titik suhu yang dihitung nilainya. Perhitungan tersebut memberikan hasil nilai perhitungan sudah konstan pada iterasi ke-16. Penentuan distribusi suhu menggunakan cara ini dapat dengan mudah dilakukan jika *grid* berukuran kecil dan hanya terdiri dari beberapa titik suhu yang dihitung nilainya. Nilai-nilai pada sel lembar kerja Microsoft Excel ditampilkan pada Gambar 9 dan Gambar 10.

	A	B	C	D	E	F
1						
2			100	100		
3		0	37.5	37.5	0	
4		0	12.5	12.5	0	
5			0	0		
6						

Gambar 9. Nilai distribusi suhu pelat 2x2 cm ( $h = k = 1 \text{ cm}$ ) pada lembar kerja Excel

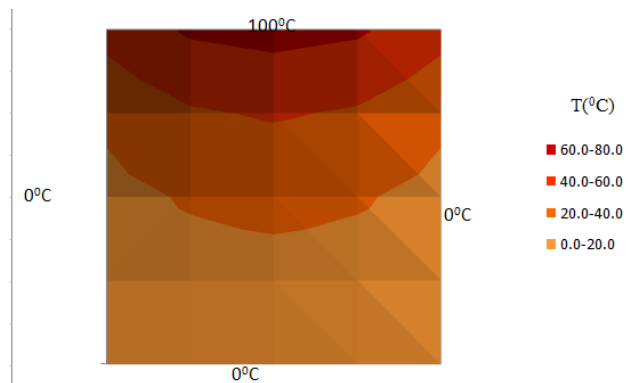


Gambar 10. Grafik distribusi suhu pada pelat 2x2 cm ( $h = k = 1 \text{ cm}$ )

Sebaran suhu pada pelat yang berukuran sama dengan *grid* yang lebih kecil ( $h = k = 0,4 \text{ cm}$ ) ditampilkan pada gambar 11 sedangkan kontur distribusinya ditampilkan pada gambar 12.

	100	100	100	100	100	
0	46.9	62.9	66.9	62.9	46.9	0
0	24.6	37.9	41.9	37.9	24.6	0
0	13.5	22.1	25.0	22.1	13.5	0
0	7.2	12.1	13.8	12.1	7.2	0
0	3.1	5.3	6.1	5.3	3.1	0
	0	0	0	0	0	

Gambar 11. Nilai Distribusi Suhu Pelat 2x2 cm ( $h = k = 0,4$  cm) pada Lembar Kerja Microsoft Excel



Gambar 12. Grafik Distribusi Suhu pada Pelat 2x2 cm ( $h = k = 0,4$ cm)

Jika nilai suhu untuk masing-masing titik telah diketahui, maka aliran kalor untuk tiap sisi dapat dihitung menggunakan persamaan (2) [7].

$$q = \sum k \Delta x \frac{\Delta T}{\Delta y} \tag{2}$$

Dengan  $\Delta x = \Delta y = 0,4$  cm, maka:

Sisi 100°C:

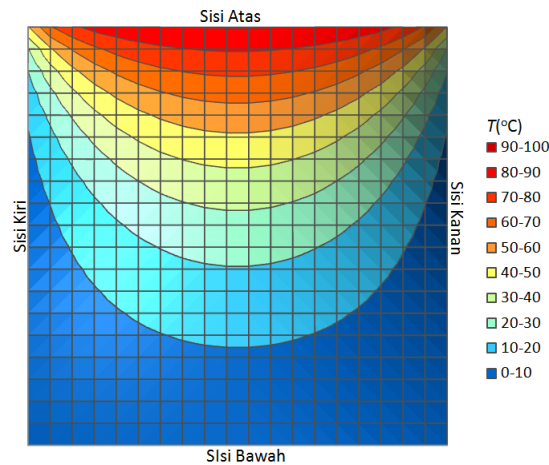
$$q = -k[(47 - 100) + (63 - 100) + (67 - 100) + (63 - 100) + (47 - 100)] = 213 k$$

Ketiga sisi 0°C:

$$q = -k[(3 - 0) + (5 - 0) + (6 - 0) + (5 - 0) + (3 - 0) + 2 \cdot ((47 - 0) + (25 - 0) + (13 - 0) + (7 - 0) + (3 - 0))] = -213 k$$

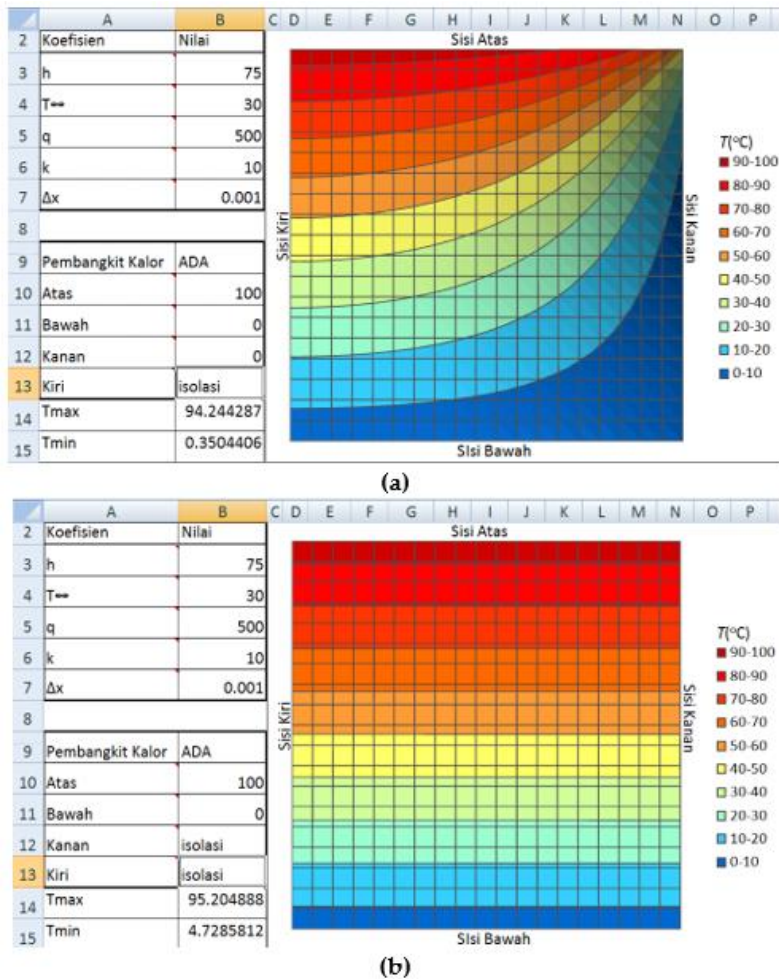
Dari hasil tersebut terlihat ada kesesuaian antara aliran kalor yang masuk melalui sisi 100°C dan yang keluar dari sisi 0°C. Untuk memperjelas, distribusi suhu pada pelat dapat dilihat pada kisi yang diperhalus dengan  $h = k = 0,1$  cm, seperti yang ditunjukkan pada gambar 13.





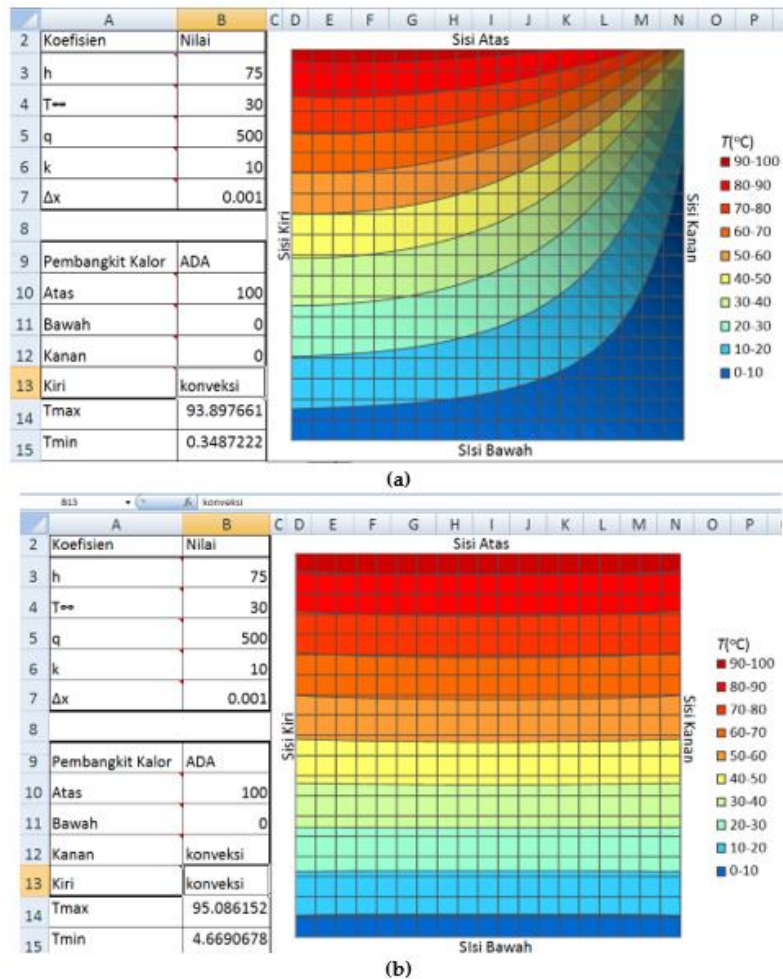
Gambar 13. Grafik Distribusi Suhu pada Pelat 2x2 cm ( $h = k = 0,1$  cm)

Gambar 13 menunjukkan distribusi suhu dengan pembagian *grid* yang lebih besar. Dengan *grid* yang lebih halus, distribusi suhu pada setiap titik akan lebih jelas. Dari gambar, terlihat suhu tinggi menyebar dari titik tengah sisi yang bersuhu  $100^{\circ}\text{C}$ , dengan suhu maksimum  $90,6^{\circ}\text{C}$ . Sebaran suhu ini berlangsung secara kontinu tidak terbatas pada *range* suhu yang diwakilkan oleh warna-warna seperti pada gambar. Pada kondisi ini, apa pun bahan pelat tidak mempengaruhi distribusi suhu pada pelat karena dalam persamaan nilai  $k$  tidak mempengaruhi perhitungan. Nilai  $k$  ikut berperan dalam penghitungan distribusi suhu jika sisi-sisinya memiliki kondisi batas konveksi atau isolasi.



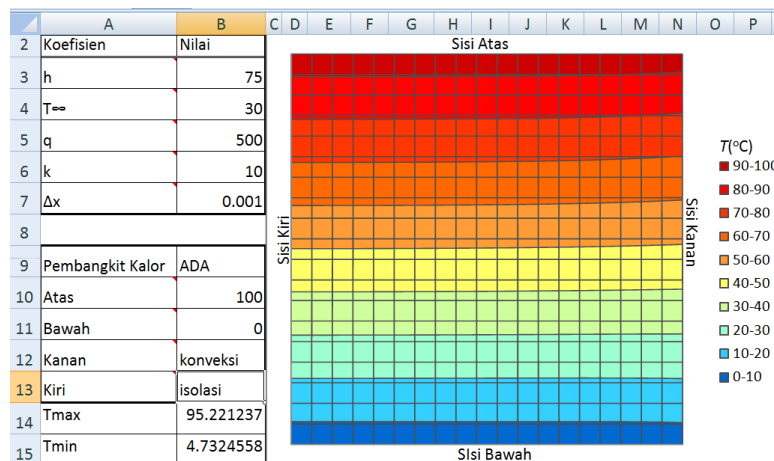
Gambar 14. Grafik Distribusi Suhu dengan Kondisi Batas Diisolasi

Gambar 14 menunjukkan distribusi suhu dari kondisi batas isolasi. Dari gambar terlihat bahwa untuk sisi yang diisolasi memiliki pola beraturan menunjukkan tidak adanya aliran kalor pada sisi ini. Adanya isolasi pada pelat menghasilkan distribusi suhu yang berbeda dibanding gambar 13. Distribusi suhu pada batas konveksi membuat batas kisaran suhu menjadi garis lurus dari sisi kiri ke sisi kanan (Gambar 14(b)). Suhu maksimum pada pelat meningkat menjadi 95,2°C. Hal ini diakibatkan aliran kalor langsung dari bagian atas menuju ke bawah. Tidak ada kalor yang hilang pada sisi kiri dan kanan pelat.



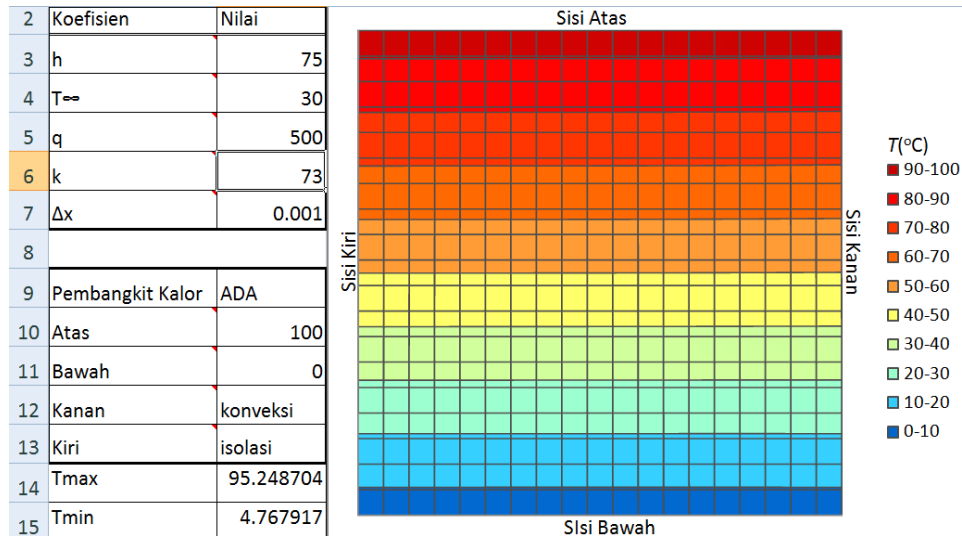
Gambar 15. Grafik Distribusi Suhu dengan Kondisi Batas Diisolasi

Gambar 15 (a) dan (b) menunjukkan distribusi suhu dengan kondisi batas konveksi. Aliran kalor konveksi pada batas ini menghasilkan distribusi suhu yang menyerupai gambar 14. Suhu maksimum pelat  $95,1^{\circ}\text{C}$ . Distribusi suhu pada batas konveksi juga membuat batas kisaran suhu menjadi garis dari sisi kiri ke sisi kanan, tetapi pada bagian tengah ada sedikit lekukan. Hal ini diakibatkan oleh nilai  $\Delta x$  yang kecil (0.001 m), sehingga aliran konveksi pada batas kiri dan kanan cukup kecil dan menyerupai kondisi batas yang diisolasi.



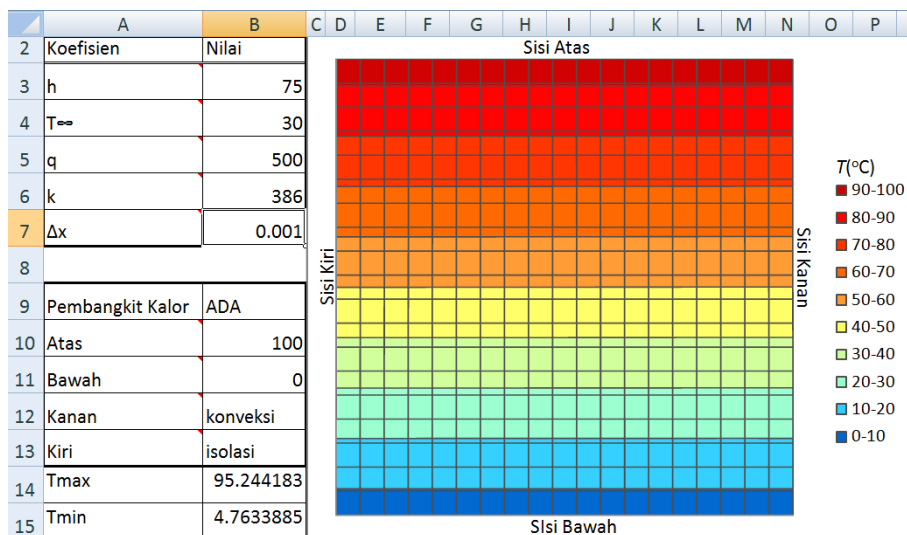
Gambar 16. Grafik Distribusi Suhu dengan Kondisi Batas Konveksi dan Diisolasi

Untuk kasus di mana pelat memiliki batas dengan sisi kiri diisolasi dan sisi kanan berbatasan dengan konveksi dari udara bebas ditunjukkan oleh gambar 16. Dari gambar terlihat garis batas kisaran suhu berupa garis lurus dari bagian kiri yang diisolasi dan mendekati sisi konveksi ada sedikit lengkungan untuk kisaran suhu di atas 30°C. Suhu maksimum pelat adalah 95.2°C.



Gambar 17. Gambar Distribusi Suhu dari Besi Murni ( $k = 73 \text{ W/m}^0\text{C}$ )

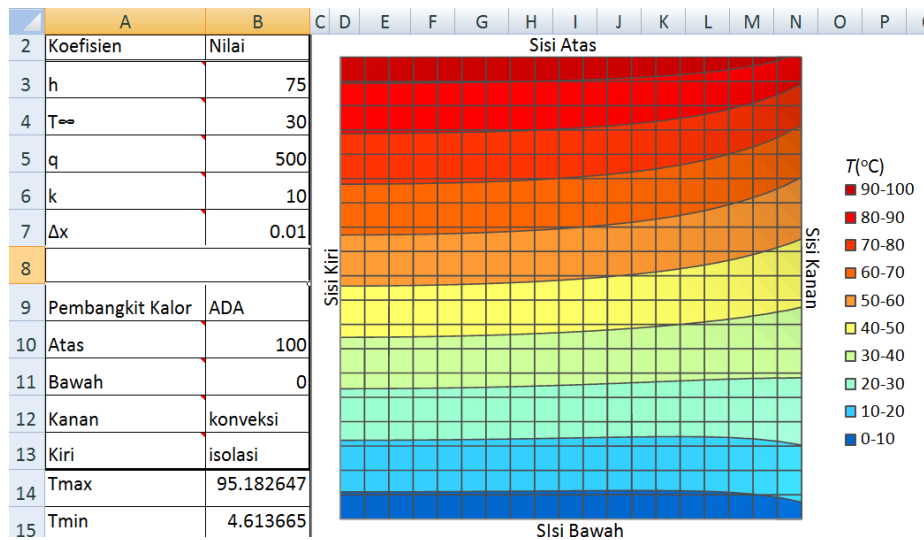
Gambar 17 menunjukkan distribusi suhu pada pelat dengan nilai  $k$  yang lebih besar yaitu  $k = 73 \text{ W/m}^0\text{C}$ . Nilai  $k$  yang lebih besar menjadikan sisi konveksi terlihat seperti sisi isolasi. Batas kisaran suhu menjadi garis lurus dari kiri ke kanan. Nilai suhu maksimum pada pelat ini sama seperti gambar 13 yaitu 95,2°C.



Gambar 18. Grafik Distribusi Suhu Tembaga ( $K= 386 \text{ W/M}^0\text{c}$ )

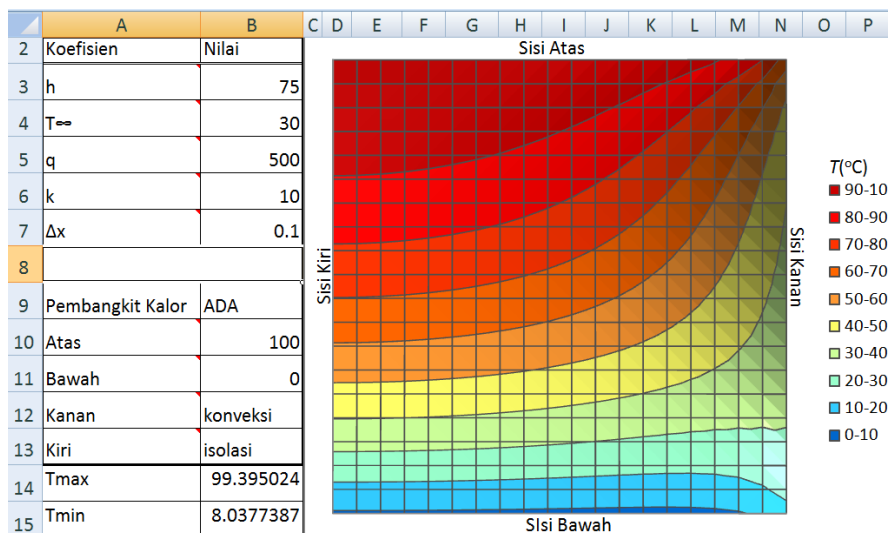
Distribusi suhu pada pelat dengan  $k= 386 \text{ W/m}^0\text{C}$  ditunjukkan oleh gambar 18. Nilai  $k$  tembaga yang lebih besar dibanding besi tidak menimbulkan perbedaan grafik distribusi suhu di antara keduanya. Suhu maksimum pada kedua model juga sama. Nilai  $\Delta x$  yang kecil mengakibatkan tidak adanya perubahan distribusi suhu dibanding gambar sebelumnya. Perbedaan distribusi suhu pada pelat yang dipengaruhi oleh nilai  $\Delta x$  ditunjukkan oleh gambar 19 dan Gambar 20.





Gambar 19. Grafik Distribusi Suhu dengan  $\Delta x = 1$  Cm

Gambar 19 menunjukkan distribusi suhu dengan nilai  $\Delta x = 1$  cm, di mana nilai ini lebih besar dibanding nilai sebelumnya (0,1 cm). Dengan pelat yang lebih besar ( $\Delta x = 1$  cm, maka ukuran pelat adalah 20 cm), perbedaan antara sisi yang diisolasi dan sisi konveksi menjadi semakin jelas. Pada kondisi ini sisi yang diisolasi masih menunjukkan pola yang teratur, sedangkan pada sisi konveksi mulai terlihat lengkungan pada kisaran suhu 40-100°C walaupun nilai suhu maksimum tetap pada 95,2°C.



Gambar 20. Grafik Distribusi Suhu dengan Kondisi Batas Konveksi dan Diisolasi

Distribusi suhu dengan nilai  $\Delta x$  yang lebih besar (10 cm) ditunjukkan oleh Gambar 20. Ukuran pelat menjadi lebih besar, pengaruhnya adalah suhu di batas konveksi mendekati nilai suhu lingkungan. Sementara di sisi isolasi menunjukkan pola yang tetap dan teratur. Suhu maksimum meningkat menjadi 99,4°C.

Perbedaan yang terjadi antara setiap gambar distribusi suhu diakibatkan pemilihan *grid*, kondisi batas pada setiap tepi, nilai  $\Delta x$  dan adanya pembangkit kalor dalam pelat. *Grid* yang lebih halus menghasilkan grafik distribusi suhu yang lebih teliti. Syarat batas konveksi memberikan pengaruh suhu di sekitar batas mendekati suhu  $T_{\infty}$ . Syarat



batas isolasi memberikan pola yang teratur di daerah tepi yang diisolasi.. Nilai  $\Delta x$  yang besar mengakibatkan batas konveksi semakin mendekati nilai suhu lingkungan  $T_{\infty}$ .

## KESIMPULAN

Hasil penelitian yang telah dipaparkan memberikan kesimpulan bahwa distribusi suhu dari model aliran kalor dalam kondisi tunak pada pelat logam dapat dijelaskan dengan menggunakan Microsoft Excel. Hal-hal yang mempengaruhi tampilan dan ketelitian distribusi suhu pada pelat logam dalam kondisi tunak adalah pemilihan ukuran *grid*, kondisi batas pada setiap tepi, dan adanya pembangkit kalor dalam pelat.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. Abu Hamid, *Kalor dan Termodinamika*. Yogyakarta: UNY, 2007.
- [2] F. Kreith, R. M. Manglik, and M. Bohn, *Principles of Heat Transfer*, 7th ed. Stanford: Cengage Learning, 2011.
- [3] I. Noor and A. Fitriani, Simulasi Sebaran Temperatur Pelat Logam Tipis Besi dan Kuningan Berbasis Matlab, *Navigation Physics*, vol. 2, no 1. pp. 9-13. 2020
- [4] Sumariyah, K. S. Firdaus, and D. Mulyati, "Komputasi Aliran Panas pada Sebuah Batang Logam dengan Menggunakan Algoritma Numerov dan Bahasa Pemrograman Borland Delphi 6.0," *Berk. Fis.*, vol. 6, no. 3, pp. 71–78, 2003.
- [5] S. Sailah, "Menentukan Distribusi Temperatur dengan Menggunakan Metode Crank Nicholson," *J. Penelit. Sains*, vol. 13, no. 2(B), pp. 17–22, 2010.
- [6] Supardiyono, "Analisis Distribusi Suhu pada Pelat Dua Dimensi Menggunakan Metoda Beda Hingga," *J. Penelit. Fis. Dan Apl.*, vol. 1, no. 2, pp. 33–39, 2011.
- [7] Sukardiyono and Supardi, "Penggunaan Metode Relaksasi untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Eliptik Dimensi Dua," in *Prosiding Seminar Nasional Hasil Penelitian MIPA dan Pendidikan MIPA*, Yogyakarta, 2003.
- [8] J. P. Holman, *Perpindahan Kalor*. Jakarta: Erlangga, 1995.