Simulasi Model SVIR (Susceptible, Vaccinated, Infected, Recovered) Pada Kasus Covid-19

Muh. Irwan
Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, Muhirwan@uin-alauddin.ac.id

Wahidah Alwi
Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, wahidah.alwi@uin-alauddin.ac.id

Susrianti
Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

ABSTRAK, *Penelitian ini membahas tentang model epidemiologi SVIR pada penyebaran Covid-19 di Sulawesi Selatan. Adapun tujuan dari penelitian yaitu untuk mengetahui simulasi model penyebaran penyakit Covid-19 dan mengetahui analisis kestabilan pada titik - titik ekuilibrium, serta nilai reproduksi dasar dari penyebaran penyakit Covid-19. Data yang digunakan berasal dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh model matematika SVIR penyakit yang terdiri atas empat persamaan diferensial yang memberikan representasi mengenai laju peningkatan dan penurunan dari setiap kelompok populasi, berdasarkan analisis tersebut dari nilai titik ekuilibrium bersifat stabil dan bilangan reproduksi dasar diperoleh R_0=0,232212 yang berarti nilai R0 < 1 menunjukkan bahwa penyakit Covid-19 terus berkurang diikuti dengan penurunan pertumbuhan jumlah kasus.*

***Kata Kunci**: Covid-19, Model Epidemiologi SVIR, Analisis Kestabilan, Titik Ekuilibrium, Bilangan Reproduksi Dasar.*

1. PENDAHULUAN

Corona Virus 2019 atau Covid-19 adalah penyakit menular yang disebabkan oleh salah satu jenis corona virus Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2 (SARS-CoV-2). Infeksi virus corona disebut Covid-19 (Corona Virus Disease 2019) dan pertama kali ditemukan di kota Wuhan, China Desember 2019 hampir pada semua negara, termasuk Indonesia [1].

Pada 11 Maret 2020, World Health Organization (WHO) telah menyatakan wabah Covid-19 sebagai pandemi global. Pada Oktober 2020, dilaporkan bahwa setidaknya 42 juta orang telah terinfeksi di seluruh dunia, dengan jumlah kematian lebih dari satu juta. Dengan menerapkan strategi mitigasi yang terencana dan sistematis, beberapa negara telah berhasil menekan jumlah kasus aktif. Sebaliknya jumlah kasus aktif di Indonesia terus meningkat.

Salah satu upaya yang dilakukan untuk mengurangi wabah Covid-19 adalah dengan mengembangkan vaksin dan memproduksi secara massal untuk semua negara yang terkena dampak. Vaksin merupakan zat atau substansi bibit penyakit yang dibuat dari virus yang dimatikan atau dilemahkan untuk memperoleh kekebalan aktif terhadap penyakit tertentu, agar tubuh dapat mengenal virus sebenarnya dan sistem imun dapat terlatih untuk melawannya serta mengurangi pengaruh infeksi oleh organisme alami.

Indonesia saat ini memiliki tiga juta dosis vaksin yang siap pakai. Vaksin tersebut sudah terdistribusi ke daerah-daerah. Presiden menyebutkan, ada 182 juta atau 70% penduduk Indonesia yang akan divaksin Covid-19. Dengan jumlah ini, dibutuhkan sekitar 426 juta dosis vaksin. Data jumlah penerima vaksin yang ter publikasi pada tanggal 3 Maret 2021 terus bertambah sebanyak 169.489 menjadi sejumlah 2.104.967 orang yang menerima vaksin dari total sasaran sebanyak 181.554.465 [2]. Kabar ini membawa harapan baru bagi penanganan mitigasi Covid-19 di Indonesia. Namun, riwayat penyakit lain yang disebabkan oleh virus, masalah ketidakcocokan vaksin dan dugaan efek sampingnya pada individu dengan gangguan sistem kekebalan, sehingga keberadaan vaksin ini harus diperhatikan dengan baik [3].

2. TINJAUAN PUSTAKA

Model Epidemik SVIR

Model epidemik dasar pertama kali diperkenalkan oleh Kermack - Mc kendrick (1972) yang pada umumnya di bagi menjadi tiga kompatemen, yang disimbolkan dengan *S* (*Susceptible*), *I* (*Infected*) dan *R (Recovered)* [4].

Model epidemik kemudian mengalami perkembangan, salah satunya adalah SVIR dengan menambahkan kompartemen *Vaccinated* Yang disimbolkan dengan *V*. Pada umumnya model epidemik diuraikan ke dalam bentuk matematika menggunakan persamaan differensial yang dibangun berdasarkan asumsi

Persamaan Differensial

Persamaan differensial adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas. Menurut turunan fungsi variabel bebas, persamaan diferensial dibagi menjadi dua persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial [5].

Kestabilan Titik Ekuilibrium

Titik Ekuilibrium merupakan titi tetap yang tidak berubah terhadap waktu, Secara matematis, titik $\bar{x} \in R^n$ disebut titik ekuilibrium dari suatu sistem persamaan $\dot{x} = f(x)$ jika memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ Linearisasi merupakan proses membawa suatu sistem nonlinear untuk mengetahui perilaku sistem di sekitar titik ekuilibrium sistem tersebut. Linearisasi pada sistem nonlinear dimaksudkan untuk memperoleh aproksimasi yang baik [6]

Berikut diberikan defenisi matriks jacobian. Diberikan fungsi $f = (f_1, \dots, f_n)$ pada sistem $\dot{x} = f(x)$ dengan $f_i \in C(E), i = 1,2, \dots n$.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x) \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x) \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(x) \\ \vdots & \vdots \quad \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x) \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x) \end{bmatrix}$$

Matriks A Dinamakan matriks Jacobian dari f di titik x [7].

Nilai Eigen digunakan untuk mengetahui kestabialan dari suatu sistem persamaan diferensial. Jika A adalah matriks n x n, maka vektor taknol x dalam R^n dinamakan vektor eigen dari A jika Ax adalah kelipatan skalar dari x yaitu Ax=yx [8].

Kriteria Kestabilan *Routh Hurwitz* adalah suatu metode yang digunakan untuk menunjukkan kestabilan sistem dengan memperhatikan koefisien dari persamaan karakteristik tanpa menghitung akar-akar secara langsung [9].

Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar adalah bilangan yang menyatakan jumlah orang yang rentan yang dapat menderita penyakit yang disebabkan oleh satu orang terinfeksi. Angka reproduksi dasar ditandai dengan R_0 dengan beberapa kondisi yang mungkin, yaitu:

1. Jika $R_0 < 1$, maka laju pertumbuhan penyakit akan semakin menurun.
2. Jika $R_0 = 1$, maka penyebaran penyakit akan tetap.
3. Jika $R_0 > 1$, maka penyebaran penyakit akan berkembang menjadi wabah [10].

3. METODOLOGI

Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah penelitian terapan. Penelitian ini menggunakan metode studi literatur yang dilakukan dengan mengumpulkan dan mengkaji teori-teori dalam pemodelan matematika.

Jenis dan Sumber Data

Jenis dan sumber data yang dipakai dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang berdasarkan sumber dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan dari tahun 2021.

Teknik Analisis Data

Adapun teknik analisis data yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membangun model SVIR untuk penyebaran penyakit Covid-19
   a. Pembentukan asumsi dasar penelitian
   b. Menentukan model SVIR dengan memperhatikan diagram alur yang telah dibuat.
2. Menganalisis model SVIR untuk penyebaran penyakit Covid-19.
   a. Menentukan titik tetap model SVIR.
   b. Menentukan tipe kestabilan titik tetap berdasarkaan nilai eigen.

c. Menentukan Bilangan Reproduksi Dasar (R0).
3. Mengimplementasikan hasil simulasi untuk penyebaran Covid-19 dengan bantuan sofware Maple.
   a. Mengumpulkan data Covid-19 yang didapat dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan.
   b. Menginput data data Covid-19 yang didapat dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
   c. Menginput hasil analisis model kedalam software.
   d. Menganalisis hasil simulasi.
   e. Menarik kesimpulan

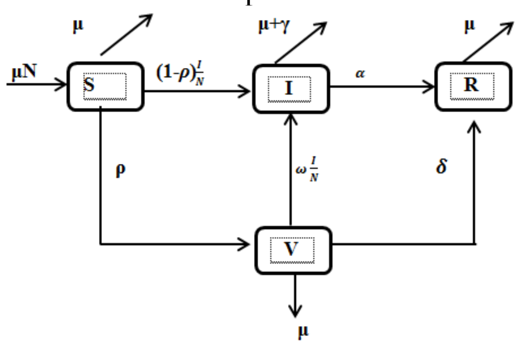
4. PEMBAHASAN

Membangun Model SVIR

Berdasarkan keempat kelas yaitu *Susceptible*, *Vaccinated*, *Infected* dan *Recovered* akan dibentuk sebuah model dengan asumsi sebagai berikut:

1. Terdapat kelahiran dan kematian dalam suatu populasi.
2. Populasi penduduk terbuka tetapi tidak dipengaruhi imigrasi
3. Kompartemen *recovered* disini merupakan gabungan dari individu sembuh dan kebal terhadap penyakit *covid-19*.
4. Setiap individu yang terdeteksi akan menjadi terinfeksi.
5. Masa inkubasi *Covid-19* rata-rata 5-6 hari dengan range 1-14 hari.
6. Jika terinfeksi dapat mengakibatkan kematian.
7. Setiap individu yang telah divaksin akan memperoleh kekebalan.

Berdasarkan asumsi tersebut, Diagram model SVIR untuk epidemi *Covid-19*



Gambar 4.1. Diagram Alur Model Penyebaran Penyakit *Covid-19*

Berdasarkan asumsi dan Gambar 4.1 maka model matematika yang terbentuk adalah:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (1-\rho)\frac{I}{N}S - \rho S - \mu S \quad (4.1)$$

$$\frac{dV}{dt} = \rho S - \omega\frac{I}{N}V - \delta V - \mu V \quad (4.2)$$

$$\frac{dI}{dt} = (1-\rho)\frac{I}{N}S + \omega\frac{I}{N}V - \alpha I - (\mu+\gamma)I \quad (4.3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha I + \delta V - \mu R \quad (4.4)$$

untuk menyederhanakan sistem dari persamaan (4.1),(4.2),(4.3) dan (4.4) serta untuk mempermudah melakukan simulasi pada software maple, maka proporsi banyaknya individu pada masing-masing kelompok dapat dinyatakan sebagai berikut:

Misal

$$s = \frac{S}{N}, v = \frac{V}{N}, i = \frac{I}{N}, r = \frac{R}{N}$$

Sehingga

$$\frac{ds}{dt} = \mu - \big((1-\rho)i + \rho + \mu\big)s \quad (4.6)$$

$$\frac{dv}{dt} = \rho s - (\omega i + \delta + \mu)v \quad (4.7)$$

$$\frac{di}{dt} = \big((1-\rho)s + \omega v - (\alpha+\mu+\gamma)\big)i \quad (4.8)$$

$$\frac{dr}{dt} = \alpha i + \delta v - \mu r \quad (4.9)$$

Variabel dan parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1. Variabel dan parameter

Variabel	Keterangan
S	Jumlah individu yang rentan
V	Jumlah individu yang telah divaksin
I	Jumlah in dividu yang terinfeksu
R	Jumlah individu yang telah Sembuh
α	Laju perpindahan dari individu terinfeksi menjadi individu sembuh
δ	Laju perpindahan dari individu yang telah melakukan vaksinasi menjadi individu sembuh
μ	Laju kematian alami atau laju kelahiran
ρ	Laju perpindahan dari individu *susceptible* menjadi individu yang telah melakukan vaksinasi

$\boldsymbol{\gamma}$	Laju kematian akibat *Covid-19*
$\boldsymbol{\omega}$	Laju perpindahan individu yang telah divaksin ke individu terinfeksi

Analisis Model SVIR untuk penyebaran penyakit *Covid*-19

Titik keseimbangan

Untuk menentukan titik ekuilibrium model SVIR epidemi penyakit *Covid-19*, persamaan (4.6),(4.7),(4.8) dan (4.9) yang dihasilkan harus sama dengan nol agar memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\frac{ds}{dt}=0,\frac{dv}{dt}=0,\frac{di}{dt}=0,\frac{dr}{dt}=0$$

Terdapat dua titik keseimbangan yaitu titik keseimbangan bebas penyakit yang dinotasikan dengan E_0 dan titik keseimbangan endemik yang dinotasikan dengan E_1. Titik keseimbangan bebas penyakit diperoleh dengan mengasumsikan $I=0$ yang berarti tidak ada individu yang terinfeksi dan menularkan penyakit. Adapun untuk nilai yang diperoleh dari titik keseimbangan bebas penyakit $E_0=(s,v,i,r)=\left(\frac{\mu}{(\rho+\mu)},\frac{\mu\rho}{(\rho+\mu)(\delta+\mu)},0,\frac{\delta\rho}{\rho\delta+\rho\mu+\mu\delta+\mu^2}\right)$.

Untuk mengetahui titik keseimbangan endemik $E_1=(s,v,i,r)$ diasumsikan s,v,i,r $\neq 0$ sehingga diperoleh

$$E_1=(s,v,i,r)=\begin{pmatrix}\frac{\mu}{((1-\rho)i+\rho+\mu)},\frac{\rho\mu}{(\omega i*+\delta+\mu)\left(((1-\rho)i*+\rho+\mu)\right)},i*,\\ \frac{(\alpha(\omega i*+\delta+\mu)((1-\rho)i*+\rho+\mu)+\delta\rho\mu)}{\mu\left((\omega i*+\delta+\mu)((1-\rho)i*+\rho+\mu)\right)}\end{pmatrix}$$

Reproduksi Dasar **(R_0)**

Penentuan bilangan reproduksi dasar pada penyebaran penyakit *Covid-19* menggunakan model SVIR yang berdasarkan pada kelas *infected*. Berdasarkan persamaan (4.8), dimana persamaan tersebut digunakan dalam mencari vektor dalam F dan V seperti berikut:

$$\frac{di}{dt}=\left((1-\rho)s+\omega v-(\alpha+\mu+\gamma)\right)i$$

Misalkan

$$F=(1-\rho)s+\omega v$$

$$V(V_1)=(\alpha+\mu+\gamma)$$

$F(Q)=\left(\frac{\partial f_1}{\partial i}\right)=(1-\rho)s+\omega v$ dan $V(Q)=\left(\frac{\partial V_1}{\partial i}\right)=(\alpha+\mu+\gamma)$

$E_0=(S,V,I,R)=\left(\frac{\mu}{(\rho+\mu)},\frac{\mu\rho}{(\rho+\mu)(\delta+\mu)},0,\frac{\delta\rho}{\rho\delta+\rho\mu+\mu\delta+\mu^2}\right)$

$$F=F(E_0)=(1-\rho)\left(\frac{\mu}{(\rho+\mu)}\right)+\omega\left(\frac{\mu\rho}{(\rho+\mu)(\delta+\mu)}\right)$$
$$=\frac{\mu\delta-\mu\rho\delta+\mu^2-\mu^2\rho+\mu\rho\omega}{\rho\delta+\mu\rho+\mu\delta+\mu^2}$$

Dan $V(E_0)=(\alpha+\mu+\gamma)$

$$V^{-1}=\left(\frac{1}{(\alpha+\mu+\gamma)}\right)$$

$$k=FV^{-1}=\left(\frac{\mu\delta-\mu\rho\delta+\mu^2-\mu^2\rho+\mu\rho\omega}{\rho\delta+\mu\rho+\mu\delta+\mu^2}\right)\left(\frac{1}{(\alpha+\mu+\gamma)}\right)$$

Sehingg diperoleh

$$R_0=\left(\frac{\mu\delta-\mu\rho\delta+\mu^2-\mu^2\rho+\mu\rho\omega}{\alpha\rho\delta+\mu\rho\delta+\rho\gamma\delta+\alpha\mu\rho+\mu^2\rho+\mu\rho\gamma+\alpha\mu\delta+\mu^2\delta+\mu\gamma\delta+\alpha\mu^2+\mu^3+\mu^2\gamma}\right)$$

Analisis Kestabilan titik keseimbangan

Kestabilan titik keseimbangan diperoleh dengan melakukan pelinearan pada persamaan (4.6) sampai persamaan (4.9) sehingga diperoleh matriks jacobian untuk keseimbangan bebas penyakit.

$$J(E_0)=\begin{bmatrix}-(1-\rho)i-\rho-\mu & 0 & -(1-\rho)s & 0\\ \rho & -\omega i-\delta-\mu & -\omega v & 0\\ (1-\rho)i & \omega i & ((1-\rho)s+\omega v-(\alpha+\mu+\gamma) & 0\\ 0 & \delta & \alpha & -\mu\end{bmatrix}$$

Untuk mengetahui kestabilan E_0 maka dicari nilai eigennya jika $\boldsymbol{\lambda}$I adalah nilai eigen *J(E₀)* maka det($\boldsymbol{\lambda}$I- *JE₀*)=0

$$det\left(\begin{bmatrix}\lambda & 0 & 0 & 0\\ 0 & \lambda & 0 & 0\\ 0 & 0 & \lambda & 0\\ 0 & 0 & 0 & \lambda\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-(1-\rho)i-\rho-\mu & 0 & -(1-\rho)s & 0\\ \rho & -\omega i-\delta-\mu & -\omega v & 0\\ (1-\rho)i & \omega i & ((1-\rho)s+\omega v-(\alpha+\mu+\gamma) & 0\\ 0 & \delta & \alpha & -\mu\end{bmatrix}\right)=0$$

$$det\left(\begin{bmatrix}\lambda+(1-\rho)i+\rho+\mu & 0 & (1-\rho)s & 0\\ -\rho & \lambda+\omega i+\delta+\mu & \omega v & 0\\ -(1-\rho)i & -\omega i & \lambda-(1-\rho)s-\omega v+\alpha+\mu+\gamma & 0\\ 0 & -\delta & -\alpha & \lambda+\mu\end{bmatrix}\right)=0$$

Dengan menggunakan metode ekspansi kofaktor diperoleh nilai eigen $\lambda_{1,}\lambda_{2,}\lambda_3$ dan λ_4 bernilai negatif sehingga titik keseimbangan bebas penyakit bersifat stabil.

Selanjutnya menentukan kestabilan titik keseimbangan endemik dengan cara yang sama dengan titik keseimbangan bebas penyakit. Sehingga diperoleh polynomial orde empat dan semua nilai eigen bernilai negatif sehingga titik keseimbangan endemik bersifat stabil.

Simulasi Model

Nilai Awal untuk setiap variabel adalah sebagai berikut:

Tabel 4.2. Nilai Awal Variabel

Variabel	Nilai	Sumber
s	0,7512006513	Dinkes
v	0,3199830374	Dinkes
i	0,0122969824	Dinkes

Variabel	Nilai	Sumber
r	0,0120376084	Dinkes

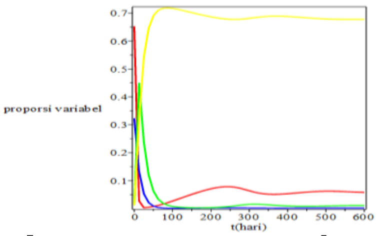
Simulasi menggunakan nilai parameter sebagai berikut:

Tabel 4.3. Nilai Parameter

Variabel	Nilai	Sumber
ω	0,005466	Dinkes
α	0,035714	Dinkes
ρ	0,002198	Dinkes
δ	0,0714286	Dinkes
γ	0,022067	Dinkes
μ	0,00075	Dinkes

Berdasarkan nilai parameter pada tabel 4.3 diperoleh nilai R_0= 0,2322121298 < 1, yang menunjukkan bahwa penyakit *Covid-19* tersebut akan terus berkurang diikuti dengan penurunan pertumbuhan jumlah kasus.

Simulasi Model SVIR Sebagai Berikut:



Gambar 4.2. Proporsi Populasi Model SVIR

Pada Gambar 3 pada grafik berwarna merah sebagai proporsi untuk kelas populasi *susceptible* menunjukkan adanya penurunan drastis hingga t=25 kemudian meningkat kembali pada t=250 setelah itu turun di t=350 hingga meningkat t=500 kemudian stabil , untuk pada grafik berwarna biru sebagai proporsi untuk kelas populasi *vaccinated* menunjukkan keadaan populasi mengalami penurunan pada t=50 kemudian stabil pada t=350 , untuk pada grafik berwarna hijau proporsi untuk kelas *infected* populasi meningkat t=20 kemudian menurun t=200 meningkat t=300 setelahnya stabil dan pada grafik berwarna kuning populasi *Recovered* yang terus meningkat hingga t=100 lalu menurun di t=300 dan terus meningkat hingga t=400 setelahnya akan menurun perlahan.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Handayani, Diah, et al. "Corona virus disease 2019." *Jurnal Respirologi Indonesia* 40.2 (2020): h.119.

[2] Kesehatan,K *Tentang Vaksinasi Covid-19.* Retrieved from Covid-19.co.id:https://covid-19.go.id/tentang-vaksin-covid19.2021

[3] Nuraini, Nuning, et al. "Mathematical models for assessing vaccination scenarios in several provinces in Indonesia." *medRxiv* (2020).

[4] Rizky."Dampak Pandemi Novel CoronaVirus Disease(Covid-19) Terhadap Psikologis Masyarakat di Desa Senaning Kecamatan Pemayung Kabupaten Batang Hari" , *Artikel Ilmiah,* 22 Oktober 2020.

[5] Campbell, S. L., & Haberman, R. *Introduction to Differential Equations with Dynamical System*. New Jersey: Princeton University Press. 2008.

[6] Didiharyono, & irwan, M. Analisis kestabilan dan usaha permanen Model Predator Prey Tipe Holling III dengan keuntungan maksimum. *Jurnal harian*. 2019.

[7] Mulisi, Subro. "Pengaruh Vaksinasi Terhadap Dinamika Populasi pada Model SIR (Susceptible-InfectedRecovered)." *Tugas Akhir S1 Departemen Matematika Institut Pertanian Bogor* (2011).

[8] Bellomo N. and Preziosi L. *Mathematical Modeling*. CRC Press, Florida.1995.

[9] Subiono. *Matematika Sistem*. Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Teknologi Sepuluh Nopember: Surabaya. (2003).

[10] Mulisi, S. *Pengaruh Vaksinasi terhadap Dinamika Populasi pada Model SIR (Suspected Infected-Recovered).* Tugas Akhir S1 Departemen Matematika Institut Pertanian Bogor.2011