Pemrograman Nonlinear Meminimumkan Biaya Pemasangan Keramik Musholla Gapang Sabang dengan Menggunakan Metode Karush Kuhn-Tucker (Studi Kasus: CV. Muerika Teknologi)

T. Murdani Saputra
Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala, tmurdanisaputra@usk.ac.id (korespondensi)

Siti Rusdiana
Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala, siti.rusdiana@usk.ac.id

T. Mohd. Raja Maulana
Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala

Intan Syahrini
Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala, intansyahrini@usk.ac.id

Mahmudi
Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala, mahmudi@usk.ac.id

Radhiah
Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala, radhiah@usk.ac.id

ABSTRAK, *Musholla merupakan tempat beribadah umat islam. Musholla mengalami perkembangan pesat, baik dalam pembangunan maupun fungsi dan peranannya. Membuat musholla yang nyaman identik dengan bangunan yang luas dan biaya pembangunan yang besar, oleh karena itu perlu suatu cara agar masalah biaya tersebut dapat diminimalkan. Proses meminimumkan biaya tersebut dapat menggunakan matematika. Permasalahan tersebut merupakan masalah yang terkait optimasi suatu permasalahan. Program linier merupakan salah satu metode optimasi yang digunakan untuk meminimumkan atau memaksimumkan. Permasalahan di dunia nyata dapat dimodelkan dalam bentuk persamaan linier atau nonlinier. Pada penelitian ini yang peneliti lakukan yaitu mencari biaya minimum dari pemasangan keramik pada Musholla yang mana bentuknya merupakan bentuk nonlinier. Metode yang akan untuk mencari biaya minimumnya yaitu dengan menggunakan metode Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Metode KKT merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menentukan titik minimum dari suatu fungsi tujuan dan kendala tanpa memperhatikan sifat linier atau nonlinear. Berdasarkan hasil penelitian, biaya minimum pemasangan keramik Musholla Gapang Sabang sebesar Rp. 19.211.800, lebih kecil dari biaya RAB yang ada yaitu sebesar Rp. 22.651.584.*

***Kata Kunci**: Karush-Kuhn-Tucker(KKT), Musholla, Minimum, keramik, optimasi.*

1. PENDAHULUAN

Program linier merupakan suatu model umum yang terdiri dari sebuah fungsi tujuan linier dan sistem kendala linier yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah pengalokasian sumber-sumber terbatas secara optimal. Program linier juga bisa dikatakan sebagai metode matematika yang memiliki hubungan dengan masalah optimasi, dimana tujuannya yaitu untuk memaksimalkan atau meminimalkan suatu permasalaha. Masalah optimasi terbagi menjadi dua kategori yaitu optimasi berkendala dan optimasi tanpa kendala [1].

Masalah optimasi yang berkendala terdiri dari beberapa bentuk yaitu bentuk linier dan bentuk nonliner. Permasalahan yang berkaitan dengan bentuk linier untuk masalah fungsi multi variabel yang kendalanya bentuk persamaan dapat menggunakan metode pengali *Lagrange*. Permasalahan optimasi yang kendalanya berupa pertidaksamaan, salah satu metode yang dapat digunakan yaitu metode Karush Kuhn-Tucker (KKT) [2]. [3] mengungkapkan bahwa metode Karush Khun -Tucker merupakan suatu metode mencari solusi optimum dari suatu fungsi tujuan tanpa memandang sifat dari fungsi tersebut apakah linier atau non linier. Permasalahan yang diselesaikan menggunakan metode KKT adalah masalah convex dimana solusinya berupa optimum global [4]. Masalah convex quadratic dapat direduksi menjadi masalah komplementaritas linier menggunakan kondisi KKT sebagai syarat dalam menentukan titik optimum suatu permasalahan [5].

Beberapa penelitian sebelumnya yang menggunakan metode KKT di antaranya oleh [2], [6], [7], [8], [9]. Permasalahan yang dilakukan oleh peneliti tersebut yaitu permasalahan yang menyangkut program linier dimana fungsinya dalam bentuk linier dan *non*linier baik tujuan dan kendalanya. Hasil menunjukkan bahwa metode KKT dapat memaksimukan keuntungan dan mendapatkan hasil yang baik. Selain masalah pencarian keuntungan produksi, metode KKT juga dapat digunakan untuk optimalisasi sistem alokasi dan penjadwalan serta hasil peneltian tersebut, didapat bahwa keuntungan maksimal [10].

Penelitian ini, akan dilakukan proses pencarian masalah optimasi menyangkut dengan biaya minimum pada pemasangan keramik di musholla Gapang Sabang yang datanya diperoleh dari CV. Meurika Teknologi. Pencarian solusi biaya minimum pada penelitian ini dengan menggunakan metode Karush-Kuhn-Tucker (KKT), selanjutnya akan dibandingkan juga dengan biaya pemasangan keramik pada RAB pembangunan musholla Gapang Sabang.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Pemograman linier dan nonlinier

Pemrograman linier adalah teknik pemodelan matematika yang dirancang untuk mengoptimalkan penggunaan sumber daya yang terbatas. Penggunaan pemrograman linier yang berhasil ada di bidang militer, industri, pertanian, transportasi, ekonomi, sistem kesehatan, dan ilmu sosial [10]. Bentuk umum untuk permasalahan program linier didefinisikan sebagai berikut [12]:

Fungsi Tujuan
(Maksimum atau minimum)

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \qquad (2.1)$$

fungsi pembatas

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq atau \; \geq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq atau \; \geq b_2$$
$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots$$
$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \cdots + a_{kn}x_n \leq atau \; \geq b_k$$
$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq atau \; \geq b_m$$

Syarat variabel $x_j \geq 0$ untuk $j = 1, 2, \dots, n$

Dimana:
$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ = variabel keputusan
Z = fungsi tujuan
$c_1, c_2, \dots, c_n$= koefisien dari variabel keputusan pada fungsi tujuan.

Pemrograman nonlinier adalah model matematika yang fungsi objektif dan fungsi kendalanya nonlinier. Permasalahan optimasi disebut nonlinier apabila fungsi tujuan dan kendalanya berbentuk nonlinier pada satu atau keduanya [14]. Pemrograman linier dan nonlinier yang kompleks umumnya menggunakan bantuan komputer untuk mencari solusi nya [15].

Metode Pengali *Lagrange*

Metode pengali *lagrange* merupakan salah satu metode untuk mencari permasalahan titik ekstrim. Metode pengali lagrange ini bentuk umumnya yaitu fungsi tujuan dijumlahkan kendalanya yang dikalikan dengan konstanta (λ). Metode ini dapat dituliskan sebagai berikut [6]:

$$L(x,\lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x) \qquad (2.2)$$

bentuk fungsi *Lagrange* yang permasalahan optimasi dengan satu kendala dapat ditulis, sebagai berikut:

$$L(x,\lambda) = f(x) + \lambda(g(x) - b) \qquad (2.3)$$

Dari persamaan (2.3), akan dicari nilai dari x dan λ dengan melakukan pencarian turunan parsial dari L. Bentuk turunannya seperti berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.5)$$

Metode *Karush-Kuhn-Tucker (KKT)*

Metode *KKT* merupakan salah satu metode dalam penyelesaian program linier berkendala baik fungsi tujuannya berbentuk linier maupun tak linier [3]. Dalam mencari solusinya dari masalah optimasi, ada beberapa langkah yang dilakukan diantaranya [6]:

a. Kendala yang berbentuk pertidaksamaan diubah menjadi ketaksamaan dengan menambahkan *slack* variabel tak negatif (S_i^2).
b. Bentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala diubah menjadi bentuk fungsi *lagrange*, bentuk fungsinya didefinisikan sebagai berikut;

$$L(x,\lambda,S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (g_i(x) - b + S_i^2) \qquad (2.5)$$

c. Merubah persamaan (2.5) menjadi persamaan *KKT*, sehingga menghasilkan persamaan yang didefinisikan sebagai berikut:
$\frac{\partial L}{\partial x_i}(x, \lambda, S) = 0$, dimana $i = 1, 2, \dots, m$ (2.6)
$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x, \lambda, S) = 0$, dimana $i = 1, 2, \dots, m$ (2.7)
$\frac{\partial L}{\partial S_i}(x, \lambda, S) = 0$, dimana $i = 1, 2, \dots, m$ (2.8).
Turunan pertama dari persamaan di atas, merupakan turunan parsial dari fungsi tujuan terhadap variabel x, λ dan S.

d. Hasil turunan pertama diperoleh nilai dari variabel x_i, λ_i dan S_i yang dimana harus memenuhi syarat perlu dan syarat cukup dari metode KKT. Syarat-syarat tersebut terdapat pada artikel [6].

e. Langkah selanjutnya, menghitung biaya minimal dari masing-masing variabel yang telah di peroleh ke fungsi *Lagrange* berikut:
$L(x_i, \lambda_i, S_i) = f(x) + \sum_i^m \lambda_i \left[g_i(x) + S_i^2\right] + \sum_{i=m+1}^m \lambda_i \left[g_i(x) + S_i^2\right] + \sum_{i=n}^p \lambda_i \left[g_i(x) + S_i^2\right]$ (2.9)

f. Setelah diperoleh, maka langkah terakhir menyimpulkan dari hasil yang diperoleh dari langkah sebelumnya.

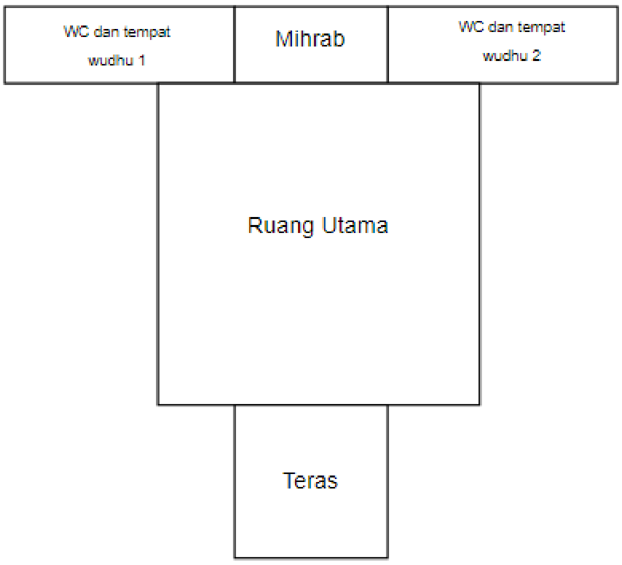
3. METODOLOGI

Penelitian ini berfokus pada pencarian solusi minimum dari biaya pemasangan keramik pada pembangunan musholla di Gampong Gapang Sabang dengan menggunakan pemrograman *non*linier dengan menggunakan metode KKT. Biaya pemasangan diperoleh dari perusahaan perusahaan CV. Muerika Teknologi yang berlokasi di Banda Aceh yang mana data tersebut merupakan data sekunder. Data sekunder adalah data yang diperoleh dari sumber kedua atau sumber sekunder dari data yang dibutuhkan [15]. Berikut ini merupakan rincian biaya pemasangan keramik di Musholla Gapang Sabang:

Tabel 1. Data Biaya Pemasangan Keramik Musholla Gapang Sabang

Pengerjaan	Tempat Wudhu 1	Tempat Wudhu 2	Teras	Utama
Ukuran Keramik	$25 \times 25\ cm$	$25 \times 25\ cm$	$60 \times 60\ cm$	$60 \times 60\ cm$
Biaya Keramik (per m^2)	Rp. 280.000,00	Rp. 280.000,00	Rp. 270.000,00	Rp. 240.000,00
Satu Keramik	Rp. 17.500,00	Rp. 17.500,00	Rp. 80.500,00	Rp. 80.500,00

Desain musholla Gapang Sabang diperlihatkan pada gambar di bawah ini



Gambar 1. Desain Musholla Gapang Sabang

Gambar 1 merupakan desain ukuran masing-masing dari setiap area, ukuran permintaan dari perusahaan tersebut yang terdiri panjang, lebar dan luas. Ukuran tersebut di tunjukkan pada tabel dibawah ini:

Tabel 2 Permintaan ukuran panjang, lebar dan luas setiap ruang pada Musholla

Nama Ruangan	Panjang	Lebar	Luas
Luas Bangunan	13,35 m	7,8 m	103,13 m^2
WC dan Tempat Wudhu (Pria)	5,24 m	1,37 m	7,2 m^2
WC dan Tempat Wudhu (Wanita)	5,24 m	1,37 m	7,2 m^2
Teras	2,87 m	1,44 m	4,1 m^2
Mihrab	2,87 m	1,50 m	4,3 m^2
Ruang Salat	7,87 m	7,87 m	61,9 m^2

4. PEMBAHASAN

Membentuk Model dari Desain Musholla Gapang Sabang

Model yang akan dibentuk berdasarkan desain pada gambar 1, untuk memudahkan pembentukan model maka dibutuhkan pendefinisian variabel keputusan. Fungsi tujuan dari permasalahan ini nantinya akan berbentuk nonlinier dan kendala berbentuk linier. Pendefinisiannya disajikan pada gambar 2. Berdasarkan gambar 2, dapat dilihat bahwa terdapat ukuran dari masing-masing dari setiap area dalam musala tersebut. Selanjutnya, akan dibentuk model nonlinier dan berikut ini disajikan model nonliniernya:

Fungsi Tujuan

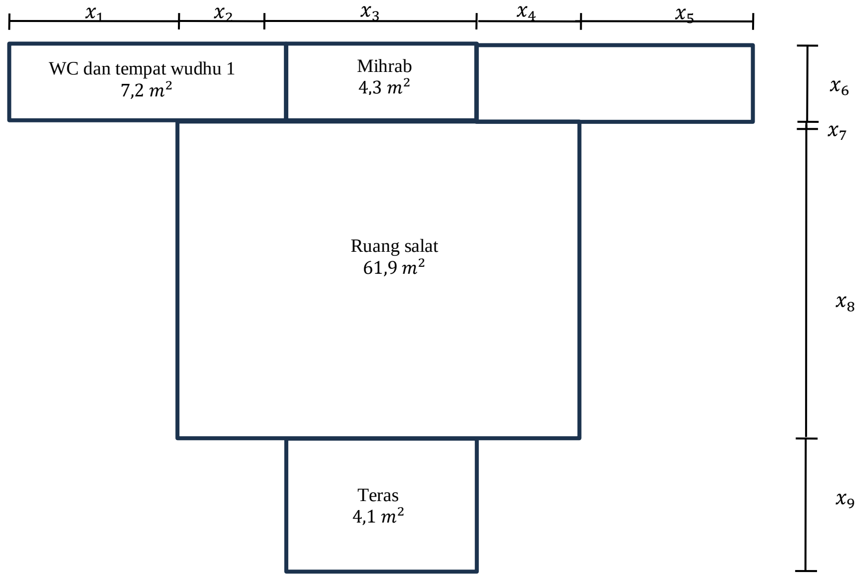
Biaya Kontruksi Minimum = (luas WC dan tempat wudhu 1)*biaya pemasangan keramik WC dan tempat wudhu 1 + (luas WC dan tempat wudhu 2)*biaya pemasangan keramik WC dan tempat wudhu 2 + (luas mihrab)*biaya pemasangan keramik mihrab + (luas ruang utama)*biaya pemasangan keramik ruang utama)+ (luas teras)*biaya pemasangan keramik teras

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9) &= (x_1 + x_2)(x_6) \times 280.000 + \\ &(x_4 + x_5)(x_6) \times 280.000 + \\ &(x_3)(x_6 + x_7) \times 240.000 + \\ &(x_2 + x_3 + x_4)(x_8) \times 240.000 + \\ &(x_3)(x_9) \times 270.000. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Kendala

$x_1 + x_2 \geq 5{,}24$ (panjang WC dan tempat wudhu 1)
$x_6 \geq 1{,}37$ (lebar WC dan tempat wudhu 1 dan 2)
$x_4 + x_5 \geq 5{,}24$ (panjang WC dan tempat wudhu 2)
$x_3 \geq 2{,}87$ (panjang teras)
$x_9 \geq 1{,}44$ (lebar teras)
$x_2 + x_3 + x_4 \geq 7{,}87$ (panjang mihrab dan ruang salat)_
$x_6 + x_7 \geq 1{,}50$ (lebar mihrab)
$x_8 \geq 7{,}87$ (lebar ruang salat)
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0$

Keterangan:
x_1, x_2 dan x_6 = luas WC dan tempat wudhu 1
x_4, x_5 dan x_6 = luas WC dan tempat wudhu 2
x_3, x_6 dan x_7 = luas mihrab
x_2, x_3, x_4 dan x_8 = luas ruang utama
x_3 dan x_9 = luas teras.



Gambar 2. Keterangan variabel pada desain Musholla Gapang Sabang

Solusi Menggunakan Metode Karush-Kuhn-Tucker (KKT)

Metode KKT merupakan metode yang digunakan dalam menyelesaikan permasalah pada penelitian ini. Model nonlinier yang telah dituliskan diatas, selanjutnya akan diselesaikan dengan metode KKT. Solusi dari metode tersebut merupakan nilai dari masing-masing variabel keputusan, selanjutnya nilai tersebut disubtitusikan ke persamaan *lagrange* untuk mendapatkan biaya minimum dari pembangunan Musholla Gapang Sabang. Solusi dari permasalahannya diselesaikan menggunakan langkah-langkah metode KKT, langkah-langkahnya disajikan sebagai berikut:

a. Menambahkan variabel *slack*

Kendala yang berbentuk pertidaksamaan diubah menjadi bentuk persamaan dengan menambahkan variabel *slack* tak negatif (S^2), persamaannya sebagai berikut:

$$x_1 + x_2 + S_1^2 = 5{,}24 \qquad (4.2)$$
$$x_6 + S_2^2 = 1{,}37 \qquad (4.3)$$
$$x_4 + x_5 + S_3^2 = 5{,}24 \qquad (4.4)$$
$$x_3 + S_4^2 = 2{,}87 \qquad (4.5)$$
$$x_6 + x_7 + S_5^2 = 1{,}50 \qquad (4.6)$$
$$x_2 + x_3 + x_4 + S_6^2 = 7{,}87 \qquad (4.7)$$
$$x_8 + S_7^2 = 7{,}87 \qquad (4.9)$$
$$x_9 + S_8^2 = 1{,}44 \qquad (4.9)$$

b. Membentuk Persamaan *Lagrange*

Fungsi *lagrange* merupakan bentuk penambahan antara fungsi tujuan (4.1) dan kendala yang telah ditambahkan dengan variabel *slack* yaitu persamaan (4.2 – 4.9) . Fungsi *lagrange*nya sebagai berikut:

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8) = (x_1 + x_2)(x_6) \times 280.000 + (x_4 + x_5)(x_6) \times 280.000 + (x_3)(x_8) \times 270.000 + (x_3)(x_8) \times 270.000 + (x_3)(x_6) \times 240.000 + (x_2 + x_3 + x_4)(x_7) \times 240.000 + \lambda_1(x_1 + x_2 + S_1^2 - 5{,}24) + \lambda_2(x_6 + S_2^2 - 1{,}37) + \lambda_3(x_4 + x_5 + S_3^2 - 5{,}24) + \lambda_4(x_3 + S_4^2 - 2{,}87) + \lambda_5(x_6 + x_7 + S_5^2 - 1{,}50) + \lambda_6(x_2 + x_3 + x_4 + S_6^2 - 7{,}87) + \lambda_7(x_8 + S_7^2 - 7{,}87) + \lambda_8(x_9 + S_8^2 - 1{,}44). \qquad (4.10)$$

c. Turunan pertama fungsi *lagrange* terhadap variabel x, λ dan S, dituliskan sebagai berikut:

Turunan terhadap x

$$\frac{\partial l}{\partial x_1} = 280.000x_6 + \lambda_1 = 0 \qquad (4.11)$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_2} = 280.000x_6 + 240.000x_8 + \lambda_1 + \lambda_6 = 0 \qquad (4.12)$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_3} = 270.000x_9 + 240.000x_6 + 240.000x_8 + +\lambda_4 + \lambda_6 = 0 \qquad (4.13)$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_4} = 280.000x_6 + 240.000x_8 + \lambda_3 + \lambda_6 = 0 \qquad (4.14)$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_5} = 280.000x_6 + \lambda_3 = 0 \qquad (4.15)$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_6} = 280.000x_1 + 280.000x_2 + 240.000x_3 + 280.000x_4 + 280.000x_5 + \lambda_2 + \lambda_5 = 0 \quad (4.16)$$
$$\frac{\partial l}{\partial x_7} = 280.000x_3 + \lambda_5 = 0 \quad (4.17)$$
$$\frac{\partial l}{\partial x_9} = 280.000x_3 + \lambda_8 = 0 \quad (4.18)$$

Turunan pertama terhadap lamda (λ)

$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_1} = x_1 + x_2 + S_1^2 - 5{,}24 = 0 \quad (4.19)$$
$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_2} = x_6 + S_2^2 - 1{,}37 = 0 \quad (4.20)$$
$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_3} = x_4 + x_5 + S_3^2 - 5{,}24 = 0 \quad (4.21)$$
$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_4} = x_3 + S_4^2 - 2{,}87 = 0 \quad (4.22)$$
$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_5} = x_6 + x_7 + S_5^2 - 1{,}50 = 0 \quad (4.23)$$
$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_6} = x_2 + x_3 + x_4 + S_6^2 - 7{,}87 = 0 \quad (4.24)$$
$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_7} = x_8 + S_7^2 - 7{,}87 = 0 \quad (4.25)$$
$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_8} = x_9 + S_8^2 - 1{,}44 = 0 \quad (4.26)$$

Turunan pertaman terhadap variabel *slack*

$$\frac{\partial l}{\partial S_1} = 2\lambda_1 S_1 = 0 \quad (4.27)$$
$$\frac{\partial l}{\partial S_2} = 2\lambda_2 S_2 = 0 \quad (4.28)$$
$$\frac{\partial l}{\partial S_3} = 2\lambda_3 S_3 = 0 \quad (4.29)$$
$$\frac{\partial l}{\partial S_4} = 2\lambda_4 S_4 = 0 \quad (4.30)$$
$$\frac{\partial l}{\partial S_5} = 2\lambda_5 S_5 = 0 \quad (4.31)$$
$$\frac{\partial l}{\partial S_6} = 2\lambda_6 S_6 = 0 \quad (4.32)$$
$$\frac{\partial l}{\partial S_7} = 2\lambda_7 S_7 = 0 \quad (4.33)$$
$$\frac{\partial l}{\partial S_8} = 2\lambda_8 S_8 = 0. \quad (4.34)$$

d. Menentukan variabel keputusan

Variabel keputusan diperoleh dengan cara menentukan terlebih dahulu nilai dari variabel S_1 sampai S_8. Variabel tersebut diperoleh dari persamaan (4.27) – (4.34). Berdasarkan persamaan tersebut diperoleh dapat ditentukan bahwa nilai S_1 sampai S_8 sama dengan nol dan selanjutnya nilai variabel tersebut disubstitusikan ke persamaan (4.19) sampai (4.26) sehingga diperoleh bentuk persamaan:

$$x_1 + x_2 - 5{,}24 = 0 \quad (4.35)$$
$$x_6 - 1{,}37 = 0 \quad (4.36)$$
$$x_4 + x_5 - 5{,}24 = 0 \quad (4.37)$$
$$x_3 - 2{,}87 = 0 \quad (4.38)$$
$$x_6 + x_7 - 1{,}50 = 0 \quad (4.39)$$
$$x_2 + x_3 + x_4 - 7{,}87 = 0 \quad (4.40)$$
$$x_8 - 7{,}87 = 0 \quad (4.41)$$
$$x_9 - 1{,}44 = 0. \quad (4.42)$$

Dari persamaan di atas, dapat dilihat bahwa nilai $x_3 = 2{,}87; x_6 = 1{,}37;\ x_8 = 7{,}87$ dan $x_9 = 1{,}44$. Nilai variabel keputusan yang sudah diperoleh di atas disubstitusikan ke persaman (4.35, 4.37, 4.39 dan 4.40) sehingga diperoleh diperoleh nilai dari variabel keputusan lainnya yaitu $x_1 = 2{,}74;\ x_2 = 2{,}50; x_4 = 2{,}50,; x_5 = 2{,}74;$ dan $x_7 = 0{,}13$.

Berdasarkan dari nilai variabel keputusan diatas, selanjutnya yaitu mencari nilai lamda. Nilai variabel x_1 sampai x_9 disubstitusikan ke persamaan (4.11) sampai (4.18), maka diperoleh persamaan:

$$383.600 + \lambda_1 = 0 \quad (4.43)$$
$$2.272.400 + \lambda_2 + \lambda_6 = 0 \quad (4.44)$$
$$2.606.400 + \lambda_4 + \lambda_6 = 0 \quad (4.45)$$
$$2.272.400 + \lambda_3 + \lambda_6 = 0 \quad (4.46)$$
$$383.600 + \lambda_3 = 0 \quad (4.47)$$
$$3.623.200 + \lambda_2 + \lambda_5 = 0 \quad (4.48)$$
$$688.800 + \lambda_5 = 0 \quad (4.49)$$
$$1.888.800 + \lambda_7 = 0 \quad (4.50)$$
$$774.900 + \lambda_8 = 0 \quad (4.51)$$

Persamaan 4.43 sampai 4.51 merupakan bentuk sistem persamaan linier, dengan menggunakan metode substitusi akan diperoleh nilai variabel λ_1 sampai λ_8. Nilai variabel tersebut disajikan sebagai berikut:

$\lambda_1 = -383.600$
$\lambda_2 = -4.312.200$
$\lambda_3 = -383.600$
$\lambda_4 = -5.262.400$
$\lambda_5 = -688.800$
$\lambda_6 = -2.656.000$
$\lambda_7 = -1.888.800$
$\lambda_8 = -774.900.$

e. Biaya minimum dari permasalahan

Biaya minimum diperoleh dari nilai variabel-variabel keputusan $(x_1 - x_9)$, lamda $(\lambda_1 - \lambda_8)$ dan *slack* $(S_1 - S_9)$ disubstitusikan ke persamaan (4.10) sehingga diperoleh biaya minimum:

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8) = (2{,}74 + 2{,}50)(1{,}37) \times 280.000 + (2{,}74 +$$

$$2{,}50)(1{,}37) \times 280.000 + (2{,}87)(1{,}44) \times 270.000 + (2{,}87)(1{,}37 + 0{,}13) \times 240.000 + (2{,}50 + 2{,}87 + 2{,}50)(7{,}87) \times 240.000 - 383.600(2{,}74 + 2{,}50 + 0 - 5{,}24) - 4.312.600(1{,}30 + 0 - 1{,}37) - 383.600(2{,}74 + 2{,}50 + 0 - 5{,}24) - 5.262.400(2{,}87 + 0 - 2{,}87) - 688.800(1{,}37 + 0{,}13 + 0 - 1{,}50) - 2.656.000(2{,}50 + 2{,}87 + 2{,}50 + 0 - 7{,}87) - 1.888.800(7{,}87 + 0 - 7{,}87) - 774.900(1{,}44 + 0 - 1{,}44) = 19.211.800$$

Berdasarkan langkah di atas, diperoleh biaya minimum menggunakan metode KKT. Biaya minimum dari pemasangan keramik di mushola Gapang Sabang, biayanya sebesar Rp. 19.211.800.

5. KESIMPULAN

Metode KKT telah digunakan untuk meminimumkan biaya pembangunan di Musholla Gapang Sabang yang mana biayanya adalah Rp. 19.211.800,00. Biaya yang diperoleh lebih kecil daripada biaya yang ada pada RAB pembangunan musholla Gapang Sabang yaitu sebesar Rp. 22.651.584,00 dan hasil dari metode ini menunjukkan bahwa metode dapat menyelesaikan permasalahan optimasi. Nilai dari variabel keputusan diperoleh dengan rincian dimensi masing-masing ruangan diantaranya WC dan tempat wudu pria serta wanita dengan panjang 5,24 m dan lebar 1,37 m, teras dengan panjang 2,87 m dan lebar 1,44 m, mihrab dengan panjang 2,87 m dan lebar 1,50 m serta ruang shalat dengan panjang dan lebar 7,87 m.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Moengin, P. (2011). *“Metode Optimasi”*. Bandung: CV. Muara Indah.

[2] Putra, I. G. A. J. P., Asih, N.M., & Widana, I. N. (2015). *“Optimalisasi Penjualan Kain Endek dengan Metode Karush-Kuhn-Tucker (KKT)”*. E-Jurnal Matematika, 4(4), 158-162.

[3] Sinha, A., Soun, T., & Deb, K. (2019). "*Using Karush-Kuhn-Tucker proximity measure for solving bilevel optimization problems*". Swarm and Evolutionary Computation, Vol 44, 496 –510.

[4] Umami, A., Nababan, E., & Sawaluddin. (2015). "*KKT Conditions and Branch and Bound Methods on Pure Integer Nonlinear Programming*". International Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol 2(4), 62-67.

[5] Friedman, J. (1998). Linear Complementarity and Mathematical (Nonlinear) Programming. UBC.

[6] Safitri, E., Basriati, S., Zahara, Amelia. 2019. *"Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Kuhn-Tucker (Studi Kasus: Toko Baju Mitra Pekanbaru)"*. Jurnal Sains Matematika dan Statistika, 5(1).

[7] Mardiyanti, Narendra, R., Sanwidi, A. 2021. *“Penerapan Program Linier Dalam Pengoptimasian Keuntungan Produksi di Home Industry Comod Cookies Menggunakan Metode Kuhn-Tucker”*. Barekeng: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, 15(3), (427 – 440).

[8] Asih, Ni Made. 2012. "*Aplikasi Metode Khun-Tucker dalam Penjualan Oli Mobil* (*Studi Kasus: PT. Anugrah Mitra Dewata*)". Jurnal Matematika Vol. 2 No. 1, Juni 2012 ISSN 1693-1394, h.57-68.

[9] Agustina, E., Sufri, Rozi, S. "*Optimasi Keuntungan Menggunakan Metode Karush-Kuhn-Tucker* (*Studi Kasus: Mi Aceh Pattimura Di Jambi*)". Focus Action of Research Mathematic, Vol 3 No. 2, h. 83-98.

[10] Sikas, O.R., Binsasi, E. "*Optimalisasi Sistem Alokasi dan Penjadwalan pada Rantai Pasokan dengan Menggunakan Metode Karush-Khun-Tucker* (*KKT*)". Jurnal Saintek Lahan Kering, Vol 4 No. 1, h.9-11.

[11] Taha Hamdy A. (1997), Operations Research an Introduction, Prentice-Hall International, New Jersey.

[12] Zulyadaini. (2017). “*Seri Pembelajaran Program Linier*”. Yogyakarta: Tangga Ilmu.

[13] Lukananto, J. (2000). Pengantar Optimasi NonLinier. http://luk.staff.ugm.ac.id/-

optimasi/pdf/ nonlinier2003. [10 Maret 2014].

[14] Banerjee, S. K., Alsaadi, N. A. (2021). Nonlinear Mathematical Model for Design Optimization of Construction. International Journal of Advanced Scientific and Technical Research,11(4).

[15] Rahmadi. (2011). "*Pengantar Metodologi Penelitian*". Banjarmasin: Antasari Press.