BENTUK UMUM PENENTUAN INVERS MATRIKS DENGAN METODE COUNTER

Wahyuni Abidin*), Nurfalaq)**
*) *Dosen JurusanMatematika FST UIN Alauddin Makassar*
**) *Mahasiswa Jurusan Matematika FST UIN Alauddin Makassar*

ABSTRACT

This thesis discusses the general form of the method of determining the inverse matrix counter. The purpose of this research is to determine the general solution in the form of the inverse matrix by using counters and to compare the results obtained in finding the inverse matrix manually using Matlab program. The method used in this thesis is a method of counters. By using the above method is obtained in the form of a general settlement to find the inverse matrix . To get the main value of 1 in the first row first column with the formula $B_1 \times \frac{1}{a_{11}}$, the first line of the second column to get the value 0 (zero) is the formula $B_2 + (-a_{21} \times B_1)$, the first row to the n column to get the value 0 (zero) is by using the formula $B_n + (-a_{n1} \times B_1)$. To get the value 1 on the diagonal matrix of the second row second column with the formula $B_2 \times \frac{a_{11}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}$. Later in the first line of the first column to get the value 0 (zero) is the formula, and the second row to the n column to get the value of 0 with the formula $B_1 + \left(-\frac{a_{12}}{a_{11}} \times B_2\right)$, and the second row to the n column to get the value of 0 with the formula $B_n + \left(-\frac{a_{11}a_{n2} - a_{n1}a_{12}}{a_{11}} \times B_2\right)$. Furthermore, the diagonal matrix which rows to columnns n to n with the formula $B_n \times \frac{a_{11}}{(a_{11}a_{nn} - a_{n1}a_{12}) - (a_{11}a_{n2} - a_{n1}a_{12}.a_{2n}a_{11} - a_{21}a_{1n})}$. In the first row to column n to obtain a value of 0 (zero) is the formula $B_1 + \left(-\frac{a_{1n}a_{22} - a_{12}a_{2n}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \times B_n\right)$ and the last column in the second row to n to obtain a value of 0 (zero) is the formula $B_2 + \left(-\frac{a_{2n}a_{11} - a_{21}a_{1n}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \times B_n\right)$. To complete the matrix inverse using the counters either manually or using Matlab programs in this study obtained similar results. But here the advantages of using the Matlab program that the process is faster although the matrix in a large order.

Keywords: *Inverse matrix, Matlab, Counter Method, Augmented.*

PENDAHULUAN

Matriks adalah susunan teratur bilangan-bilangan dalam baris dan kolom yang membentuk suatu susunan persegi atau persegi panjang. Bilangan-bilangan tersebut disebut entri dalam matriks. Ukuran matriks diberikan oleh jumlah baris (garis horisontal) dan kolom (garis vertikal) yang dikandungnya. Matriks merupakan sebuah cabang dari ilmu Aljabar Linear, yang mana merupakan salah satu bahasan penting dalam matematika.

Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan, aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang matematika sendiri maupun bagi disiplin ilmu yang lain. Disadari atau tidak, penggunaan aplikasi tersebut banyak dimanfaatkan dalam menyelesaikan masalah-masalah yang berhubungan dengan kehidup-
an sehari-hari. Misalnya pada aplikasi perbankan yang senantiasa berkutak atik dengan angka-angka, dalam dunia olahraga penentuan klasemen suatu pertandingan, dalam bidang ekonomi digunakan untuk menganalisa input dan output seluruh sektor ekonomi. Sedangkan dalam matematika, matriks dapat digunakan untuk menangani model-
model linear, seperti mencari penye-lesaian sistem persamaan linear.

Di sisi lain, banyak juga permasalahan yang sering muncul berkaitan dengan masalah matriks itu sendiri, diantaranya adalah bagaimana cara menentukan invers suatu matriks, yang dikenal juga sebagai kebalikan dari suatu matriks. Sedangkan masalah yang sering muncul dalam mencari invers matriks biasanya berhubungan dengan ukuran matriks yang akan dicari inversnya.

Semakin besar matriksnya, semakin rumit juga perhitungannnya, sehingga dibutuhkan metode yang tepat. Cara yang bisa kita gunakan dalam mencari invers matriks antara lain dengan menggunakan *adjoint*, metode *counter*, atau dengan cara matriks partisi dan juga terdapat metode dekomposisi *Lower Upper* (LU) serta metode Dekomposisi Adomian. Pada penulisan ini, penulis menggunakan metode *Counter* karena dengan mempergunakan metode Counter untuk mencari invers matriks, maka metode ini sebetulnya sudah melakukan pengecekan sendiri, yaitu kalau A sudah menjadi I_n maka otomatis I_n menjadi A^{-1} dengan syarat bahwa tidak ada kesalahan perhitungan. Jadi metode ini sudah *self checking*, tidak perlu dicek lagi dengan melakukan perkalian $AA^{-1} = A^{-1}A = I_n$.

Dalam penulisan ini, penulis juga menggunakan program matlab versi 7.6.0 dalam mencari invers suatu matriks dengan menggunakan metode Counter. Dimana Matlab itu merupakan sebuah paket perangkat lunak yang sangat dibutuhkan dalam operasi-operasi matriks dan matema-
tika, baik dalam aljabar maupun bilangan kompleks, fungsi-fungsi matriks, analisis data, polinomial, pengintegralan, pendeferensialan, persamaan-persamaan nonlinear, interpolasi, pemprosesan sinyal, dll. Matlab juga telah memiliki sejumlah perintah yang siap pakai (Built-
in), baik berupa variabel, pernyataan, maup un fungsi yang dapat langsung digunakan.

Dari uraian di atas, maka penulis tertarik untuk mengambil judul "Bentuk Umum Penentuan Invers Matriks dengan Metode Counter".

Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks. Penulisan matriks dapat menggunakan tanda kurung siku [ ] atau tanda kurung biasa ( ). Huruf besar digunakan untuk menyatakan matriks, sedangkan huruf-huruf kecilnya digunakan untuk menyatakan entri-entri matriks. Entri-entri matriks yang berada pada garis horisontal membentuk baris, sedangkan entri-entri yang ada pada garis vertikal membentuk kolom. Suatu matriks dengan *m* baris dan *n* kolom dikatakan sebagai matriks *m* kali *n* atau matriks tersebut berukuran (berordo) *m x n*. Pasangan bilangan *m* kali *n* disebut ukuran matriks. Ukuran matriks dijelaskan dengan menyatakan banyaknya baris (garis horizontal) dan banyaknya kolom (garis vertikal

Ada beberapa jenis matriks yang perlu diketahui dan sering digunakan, di antaranya (1) Matriks Bujur Sangkar (*Square Matrix of order n*) yaitu Matriks di mana banyaknya baris (*n* baris) sama dengan banyaknya kolom (*n* kolom), dan entri a_{11}, a_{22}, ..., a_{nn}, dikatakan berada pada diagonal utama. Jumlah dari semua entri-entri diagonal utama disebut *trace* (disingkat Tr) dari matriks tersebut. (2) Matriks Nol (*zero matrix*) yaitu Matriks yang semua entrinya sama dengan nol dan biasanya dikatakan dengan O. (3) Matriks Segitiga Atas (*upper triangular*) yaitu Matriks bujur sangkar yang entri-entrinya $a_{ij} = 0$ untuk $i > j$ atau entri-entri di bawah diagonal utama bernilai nol. (4) Matriks Segitiga Bawah (*lower triangular*) yaitu Matriks bujur sangkar yang entri-entrinya $a_{ij} = 0$ untuk $i < j$ atau entri-entri di atas diagonal utama bernilai nol. (5) Matriks Diagonal yaitu Matriks bujur sangkar yang semua entri-entrinya bernilai nol, kecuali entri-entri diagonal utama (merupakan bilangan bulat), biasanya diberi lambang D. (6) Matriks Satuan (*Identity Matrix*) yaitu Matriks kuadrat yang entri-entri pada diagonal utama adalah 1 dan 0 untuk entri di luar diagonal utama dinyatakan dengan I_n. (7) Matriks Skalar yaitu Matriks diagonal dimana $a_{11} = a_{22} = ... = a_{nn}$ = k (k skalar = bilangan konstan) atau matriks yang diagonal utamanya bernilai sama, tetapi bukan bernilai 1. (8) Matriks Transpose yaitu Jika *A* adalah sebarang matriks *m x n*, maka transpose *A* dinyatakan oleh A^t dan didefinisikan dengan matriks *n x m* yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari *A*, kolom kedua baris kedua dari *A*, dan seterusnya. (9) Matriks Simetris yaitu Matriks bujur sangkar yang matriks transposenya sama dengan matriks semula ($A^t = A$), atau matriks bujur sangkar $A = (a_{ij})$ adalah simetris jika $a_{ij} = a_{ji}$ untuk semua nilai *i* dan *j* (entri-entrinya simetris terhadap diagonal utama). (10) Matriks Skew-Simetris adalah Matriks bujur sangkar yang mempunyai sifat bahwa $A^t = -A$. Atau matriks bujur sangkar $A = (a_{ij})$ adalah skew-simetris jika $a_{ji} = -a_{ij}$ untuk semua nilai *i* dan *j* (entri-entri diagonal utama adalah nol).

Definisi invers matriks adalah Misalkan *A* dan *B* adalah dua matriks yang berordo 2×2 dan memenuhi persamaan persamaan $AB = BA = I_2$ maka matriks *A* adalah matriks dari matriks *B* atau matriks *B* adalah matriks invers dari matriks *A*. Determinan sebuah matriks adalah sebuah skalar (angka), yang diperoleh dari elemen-elemen matriks tersebut dengan operasi tertentu, yang merupakan karakteristik matriks tersebut. Determinan hanya ditetapkan untuk matriks bujur sangkar.

Sedangkan dalam mencari invers matriks dengan menggunakan metode counter yaitu apabila A suatu matriks kuadrat yang non singular, yaitu det (A) $\neq 0$, dengan baris dan kolom masing-masing sebanyak n dan In suatu identity matriks. Kemudian In diletakkan di sebelah kanan matriks A, maka diperoleh suatu matriks M yang disebut Augemented matriks sebagai berikut: M = A I_n. Selanjutnya apabila terhadap baris-baris baik dari matriks A maupun matriks I_n, jelasnya terhadap baris-baris Augemented matriks M, dilakukan tranformasi elementer sedemikian rupa sehingga matriks A berubah menjadi I_n maka akan diperoleh invers dari A, yaitu A^{-1} yang berada di tempat dari mana In berasal, dengan perkataan lain setelah A berubah menjadi I_n maka I_n berubah menjadi A^{-1}.

Dalam menentukan invers matriks dengan metode counter diperlukan program Matlab yang bisa membantu dalam memecahkan tujuan penelitian yang ingin dicapai. Definisi dari Matlab adalah suatu program komputer yang bisa membantu memecahkan berbagai masalah matematis yang kerap kita temui dalam bidang teknis. Kita bisa memanfaatkan kemampuan MATLAB untuk menemukan solusi dari berbagai masalah numerik secara cepat, mulai hal yang paling dasar, misalkan sistem 2 persamaan dengan 2 variabel yaitu (x – 2y = 32) (12x + 5y = 12) hingga yang kompleks, seperti mencari akar-akar polinomial, interpolasi dari sejumlah data, perhitungan dengan matriks, pengolahan sinyal, dan metoda numerik. Matlab juga merupakan bahasa pemprograman dengan performansi tinggi untuk komputasi numerik dan visualisasi. Kombinasi kemampuan, fleksibilitas, reability dan powerfull grafik membuat matlab menjadi program yang sangat cocok digunakan untuk keteknikan. Matlab merupakan suatu bahasa pemprograman sederhana dengan fasilitas yang jauh lebih hebat dan lebih mudah digunakan dari bahasa pemprograman lain, seperti basic, pascal, atau pc, melalui kemampuan grafisnya, matlab menyediakan banyak pilihan untuk visualisasi data. Matlab adalah suatu lingkungan untuk membuat aplikasi dimana anda dapat membuat antarmuka grafis dan menyediakan pendekatan visual untuk menyelesaikan program-program tertentu. Lebih dari itu Matlab menyediakan sekelompok alat penyelesaian masalah untuk problem-problem khusus, yang dinamakan Toolbox. Sebagai contoh menyediakan Control System Toolbox, Signal Processing Toolbox, Symbolix Math Toolbox dan bahkan anda dapat membuat toolbox sendiri.

Matlab mengintegrasikan komputasi, visualisasi, dan pemprograman dalam ruang yang mudah digunakan dimana masalah dan solusi diekspresikan dalam notasi matematika yang umum. Matlab adalah sebuah sistem interaktif dimana elemen dasar berupa array yang tidak perlu definisidimensi. Ini memberikn kebebasan untuk menyelesaikan banyak masalah komputasi teknik, terutama yang berkaitan dengan rumus vektor dan matriks.

METODE PENELITIAN

Tujuan umum dalam penelitian ini adalah ada dua yaitu yang pertama untuk mengetahui bentuk penyelesaian umum dalam invers matriks dengan menggunakan metode Counter, dan yang kedua untuk membandingkan invers matriks dengan menggunakan metode Counter secara manual dengan menggunakan program Matlab.

Untuk mencapai tujuan penelitian yang ingin dicapai, maka langkah-langkah yang ditempuh adalah sebagai berikut:

Langkah pertama yaitu pada tujuan penelitian yang pertama (Untuk memperoleh bentuk penyelesaian umum dalam invers matriks dengan menggunakan metode counter) (1) Memasukkan matriks (pada sebelah kiri) yaitu sampai baris ke n dengan a_{11} sampai a_{n1} dan kolomnya sampai kolom ke n dengan a_{11} sampai a_{1n}.(2) Kemudian direduksi ke matriks identitas sesuai jumlah baris dan jumlah kolom pada matriks sebelah kiri.(3) Setelah itu dilakukan operasi baris elementer dengan cara untuk mendapatkan nilai 1 pada elemen diagonalnya yaitu membagi masing-masing baris dengan elemen diagonalnya. Dan untuk mendapatkan nilai 0 pada segitiga atas dan segitiga bawahnya yaitu dengan cara mereduksi elemen baris pada matriks segitiga bawah dengan baris dibawahnya. Begitupula dengan matriks segitiga atas.(4) Setelah itu didapatkan rumus untuk setiap langkahnya ditandai dengan matriks yang berada pada sebelah kiri menjadi matriks Identitas (I_n), dan matriks yang berada di sebelah kanan adalah invers dari matriks tersebut.

Kemudian pada tujuan penelitian yang kedua (Untuk membandingkan invers matriks dengan menggunakan metode counter secara manual dengan menggunakan program Matlab). Perhitungan secara manual (1) Menentukan ordo matriks yang akan dikerjakan dan khusus pada matriks kuadrat.(2) Memasukkan matriks identitas (I_n) kemudian direduksi dengan matriks yang telah ditentukan sebelumnya (misalnya matriksA).(3) Melakukan transformasi elementer dengan menggunakan urutan OBE (Operasi Baris Elementer) sehingga matriks A berubah menjadi matriks Identitas (I_n) untuk mendapatkan invers dari matriks A (A^{-1}). Pada aplikasi Matlab: (1) Menginput matriks kuadrat yang akan dicari inversnya (misalnya matriks A), jika tidak memenuhi matriks kuadrat maka inversnya tidak dapat ditentukan dengan metode Counter. (2) Memeriksa elemen diagonal yang bernilai 0 (nol), jika ada maka baris yang memuat entri 0 (nol) ditukar dengan baris di bawahnya. (3) Kemudian memeriksa kembali apabila salah satu dari baris matriks yang diinput terdapat nilai 0 (nol) pada semua entri-entrinya, maka itu tidak memiliki nilai invers. (4) Menginput rumus untuk mendapatkan nilai 1 (satu) pada elemen diagonalnya dengan cara membagi masing-masing baris dengan elemen diagonal pada baris tersebut.(5) Matriks segitiga atas dan segitga bawah dapat bernilai 0 (nol) dengan cara mereduksi elemen baris pada matriks segitiga bawah dengan baris dibawahnya. Begitupula dengan matriks segitiga atas. (6) Jika matriks A (sebelah kiri) menjadi matriks identitas (I_n) maka matriks sebelah kanan akan menjadi invers dari matriks A (A^{-1}). (7) Hasil output telah didapatkan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari prosedur penelitian yang telah dikerjakan di atas maka hasil yang didapatkan adalah sebagai berikut:

Menentukan Bentuk Penyelesaian Umum dalam Invers Matriks dengan Menggunakan Metode Counter

Menentukan invers matriks dengan menggunakan Metode Counter. Untuk menjawab permasalahan yang ada digunakan rumus berikut yang dapat berlaku secara umum sehingga pengerjaannya dapat dikerjakan secara konsisten dan khusus pada matriks kuadrat yang non singular, yaitu determinannya $\neq 0$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dibentuk *Augmented* M sebagai berikut:

$$M = A|I_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & | & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & | & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & | & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Diperlukan beberapa langkah untuk mendapatkan bentuk umum dalam invers matriks dengan menggunakan metode counter. (1) Langkah pertama yang dikerjakan adalah menjadikan 1 utama pada baris pertama kolom pertama dengan cara mengalikan nilai pada baris pertama kolom pertama dengan kebalikannya yaitu

$$B_1 \times \frac{1}{a_{11}}.$$

(2) Langkah kedua yaitu menjadikan nilai 1 pada matriks diagonalnya, yaitu pada baris kedua kolom kedua dengan rumus

$$B_2 \times \frac{a_{11}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}.$$

(3) Langkah selanjutnya adalah menjadikan nilai 1 pada matriks diagonalnya yaitu pada baris ke-n kolom ke-n dengan rumus

$$B_n \times \frac{a_{11}}{(a_{11}a_{nn} - a_{n1}a_{12}) - (a_{11}a_{n2} - a_{n1}a_{12}.a_{2n}a_{11} - a_{21}a_{1n})}$$

Setelah melalui langkah-langkah di atas maka invers matriksnya bisa didapatkan. Jadi invers matriksnya yaitu matriks yang berada pada sebelah kanan ditandai dengan matriks yang berada di sebelah kiri sudah menjadi matriks Identitas (I_n).

Perbandingan Invers Matriks dengan Menggunakan Metode Counter secara Manual dengan Menggunakan Program Matlab.

Perhitungan Secara Manual

Menentukan invers matriks pada ordo 6 x 6 dengan menggunakan Metode Counter.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 14 & 5 & 7 & 12 \\ 12 & 2 & 3 & 2 & 13 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 6 & 2 \\ 7 & 8 & 7 & 9 & 6 & 13 \\ -2 & 13 & -3 & 2 & 12 & 2 \\ -3 & 14 & 5 & -6 & 17 & 4 \end{bmatrix}$$

Dibentuk *Augemented* M yaitu sebagai berikut:

$$M = A|I_n = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 14 & 5 & 7 & 12 & | & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 2 & 3 & 2 & 13 & 2 & | & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 6 & 2 & | & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 7 & 9 & 6 & 13 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 13 & -3 & 2 & 12 & 2 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 14 & 5 & -6 & 17 & 4 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kemudian langkah selanjutnya adalah (1) Terhadap matriks M, menjadikan 1 utama pada matriks diagonalnya dengan cara mengalikan baris pertama kolom pertama sebagai elemen matriks diagonalnya dengan kebalikannya yaitu $B_1 \times 1/2$. Setelah didapatkan nilai 1 utama pada matriks diagonalnya yaitu baris pertama kolom pertama, maka selanjutnya menjadikan nilai 0 dibawah matriks diagonalnya. Yaitu baris kedua ditambahkan dengan -12 dikalikan dengan baris pertama, baris ketiga ditambahkan dengan -4 dikalikan dengan baris pertama, baris keempat ditambhakan dengan -7 dikalikan dengan baris pertama, baris kelima ditambahkan dengan 2 dikalikan dengan baris pertama, dan terakhir baris keenam ditambahkan dengan 3 dikalikan dengan baris pertama untuk mendapatkan nilai 0. (2) Terhadap Matriks M_1, Setelah didapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya yaitu baris kedua kolom kedua, maka selanjutnya baris pertama ditambahkan dengan -1,5 dikalikan dengan baris kedua, baris ketiga ditambahkan dengan 1 dikalikan dengan baris kedua dari matriks sebelumnya, baris keempat ditambahkan dengan 2,5 dikalikan dengan baris kedua, baris kelima ditambahkan dengan -16 dikalikan dengan baris kedua dari, dan terakhir baris keenam ditambahkan dengan -18,5 dikalikan dengan baris kedua dari untuk mendapatkan nilai 0 dari segitiga bawahnya. (3) Terhadap Matriks M_2, Kemudian pada baris ketiga kolom ketiga dikalikan dengan 1/-20,9375 untuk mendapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya. Setelah didapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya yaitu baris ketiga kolom ketiga, kemuddian baris pertama ditambahkan dengan 0,5938 dikalikan dengan baris ketiga untuk mendapatkan nilai 0, baris kedua ditambahkan dengan -5,0625 dikalikan dengan baris ketiga, baris keempat ditambahkan dengan 29,3438 dikalikan dengan baris ketiga, baris kelima ditambahkan dengan 70 dikalikan dengan baris ketiga, dan baris keenam ditambahkan dengan 67,6563 dikalikan dengan baris ketiga untuk mendapatkan nilai 0 pada segitiga bawah. (4) Terhadap Matriks M_3, Kemudian pada baris keempat kolom keempat dikalikan dengan 1/3,2328 untuk mendapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya. Setelah didapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya yaitu baris keempat kolom ketiga, kemudian baris pertama ditambahkan dengan -0,0239 dikalikan dengan baris keempat yang telah didapatkan nilainya yaitu 1 sebagai matriks diagonalnya, baris kedua ditambahkan dengan -0,4806 dikalikan dengan baris keempat, baris ketiga ditambahkan dengan -0,2507 dikalikan dengan baris keempat, baris kelima ditambahkan dengan 3,4478 dikalikan dengan baris keempat dan baris keenam ditambahkan dengan 13,9104 dikalikan dengan baris keempat untuk mendapatkan nilai 0. (5) Terhadap Matriks M_4, Kemudian baris kelima kolom kelima dikalikan dengan kebalikannya yaitu 1/5,0374 untuk mendapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya. Setelah didapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya yaitu baris kelima kolom kelima, kemudian baris pertama ditambahkan dengan -0,9958 dikalikan dengan baris kelima, baris kedua ditambahkan dengan -1,1039 dikalikan dengan baris kelima, baris ketiga ditambahkan dengan -0,7064 dikalikan dengan baris kelima, baris keempat ditambahkan dengan 1,6385/5,0374 dikalikan dengan baris kelima, dan baris keenam ditambahkan dengan 8,8296/5,0374 dikalikan dengan baris kelima untuk mendapatkan nilai 0. (6) Terhadap Matriks M_5, Kemudian baris keenam kolom keenam dikalikan dengan kebalikannya yaitu 1/44,1187 untuk mendapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya. Setelah didapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya yaitu pada baris keenam kolm keenam, selanjutnya baris pertama ditambahkan dengan 2,0897 dikalikan dengan baris keenam untuk mendapatkan nilai 0, baris kedua ditambahkan dengan 3,0661 dikalikan dengan baris keenam, baris ketiga ditambahkan dengan 1,0762 dikalikan denga baris keenam, baris keempat ditambahkan dengan -5,3080 dikalikan dengan baris keenam, dan baris kelima ditambahkan dengan -1,9863 dikalikan dengan baris keenam untuk mendapatkan nilai 0. Dan pada M_6 Jika matriks A (sebelah kiri) telah menjadi matriks Identitas (I_n), maka matriks sebelah kanan akan menjadi invers dari matriks A (A^{-1}).

Aplikasi Program Matlab

Menyelesaikan invers matriks dengan menggunakan metode Counter dalam menggunakan program Matlab dengan matriks ordo 6 x 6, yaitu:
Mencari Invers Matriks
Menggunakan Metode Counter:
masukkan matriks contoh:

```
 [1 9;9 2]
```

Masukkan matriks

```
A = [2 3 14 5 7 12;12 2 3 2 13 2;4 5 2 3 6 2;7 8 7 9 6 13;-2 13 -3 2 12 2;-3 14 5 -6 17 4]
```

matrik yang Anda Masukkan adalah :

```
A =
     2     3    14     5     7    12
    12     2     3     2    13     2
     4     5     2     3     6     2
     7     8     7     9     6    13
    -2    13    -3     2    12     2
    -3    14     5    -6    17     4
B =
     1     0     0     0     0     0
     0     1     0     0     0     0
     0     0     1     0     0     0
     0     0     0     1     0     0
     0     0     0     0     1     0
     0     0     0     0     0     1
C = (A, B)
```

Dan hasil invers matriks yang didapatkan pada program Matlab adalah:
Invers matrik A adalah

```
B =
(kolom 1-4)
-0.0960    0.0161    0.0981    0.0741
-0.0863   -0.1041    0.2773    0.0466
0.0527   -0.0765    0.3066   -0.0766
0.0966   -0.0192    0.1274   -0.0864
0.0790    0.0880   -0.1617   -0.0662
-0.0269    0.0692   -0.4021    0.1399

(kolom 5-6)
-0.1147    0.0474
-0.0973    0.0695
-0.0975    0.0244
0.1144   -0.1203
0.1196   -0.0450
0.0397    0.0227
```

Berikut adalah program Matlab yang digunakan dalam menentukan invers matriks dengan Metode Counter:

```
clc
clear
disp('Mencari Invers Matriks Menggunakan Metode Counter')
disp('-------------------------------------------------')
disp('masukkan matrik contoh: [1 9;9 2]')
disp('matrik yang Anda Masukkan adalah :')
A
[b,k]=size(A);   %mencari ukuran matrik A
for j=1:b
    for i=1:b
        if A(i,:)==0
        disp('Salah satu baris matrik A bernilai 0, maka determinan A = 0 jadi tidak memiliki nilai Invers');
        return
        elseif A(:,j)==0
        disp('Salah satu kolom matrik A bernilai 0, maka determinan A = 0 jadi tidak memiliki nilai Invers');
        return
        end;
    end
end
B=eye([b,k]);% B= matrik identitas seukuran matrik A
B
C=[A B]
for j=1:b
    for i=1:b
        if i==j
            %penukaran Baris
            if C(i,j)==0
                for l=1:b
                B=C(i,:);
                C(i,:)=C(i+l,:);
                disp(['Penukaran baris ',int2str(i),' dengan baris', int2str(i+l)])
                C(i+l,:)=B
                if C(i,j)~=0
                break;
                end
                end
            end
            disp(['Baris ke-',int2str(i),' dibagi', num2str(C(j,j))])
```

```
            C
            disp('Sehingga
didapatkan')
            C(j,:)=C(j,:)/C(j,j)
        end
    end
for i=1:b
        if i==j
        C(j,:)=C(j,:)/C(j,j);
        else
        disp(['Operasi  baris  pada
baris   ke-',int2str(i),'   yaitu','
b',int2str(i),'                    -
','(',num2str(A(i,j)),')','b',int2s
tr(j)])
        C
        disp('Sehingga didapatkan')
        C(i,:)=C(i,:)-C(i,j)*C(j,:)
        end
end
end
disp('Invers matrik A adalah');
B=C(:,b+1:b+b)
```

PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, peneliti menentukan bentuk penyelesaian umum dalam invers matriks dengan menggunakan metode Counter serta membandingkan hasil dari invers matriks dengan menggunakan metode Counter secara manual dengan menggunakan program Matlab. Dalam penelitian ini, matriks yang diangkat pada contoh adalah matriks berordo 6 x 6 yang dikerjakan dalam 2 tahap yaitu perhitungan secara manual dan dengan menggunakan program Matlab. Namun sebelumnya peneliti membahas tentang bentuk penyelesaian umum dalam invers matriks dengan menggunakan metode Counter, agar lebih terarah dalam mencari invers matriks secara manual maupun dalam program Matlab. Pada pengerjaan secara manual peneliti melakukan transformasi elementer dengan menggunaka Operasi Baris Elemenetr (OBE) dengan cara menginput matriks (misalnya matriks A) yang berada di sebelah kiri direduksi dengan matriks Identitas (I_n). Pertama adalah menjadikan 1 utama pada baris pertama kolom pertama sebagai matriks diagonalnya dengan cara mengalikan baris tersebut dengan kebalikannya sehingga bisa menghasilkan nilai 1 utama. Dan begitu pula dengan matriks diagonal selanjutnya, yaitu baris kedua kolom kedua, baris ketiga kolom ketiga dan seterusnya sampai baris ke n kolom ke n. Kemudian dibawah 1 utama kita jadikan menjadi 0 sehingga nantinya bisa menjadi matriks Identitas (I_n), begitu pula di bawah dan di atas matriks diagonal selanjutnya. Sehingga nantinya kita mendapatkan 0 pada segitiga atas dan segitiga bawah dengan cara mereduksi elemen baris pada matriks segitiga bawah dengan baris dibawahnya, begitupula dengan matriks segitiga atas.

Dengan menggunakan program Matlab seperti pada program Matlab di atas, yang pertama adalah peneliti menginput matriks ordo 6 x 6 (misalnya matriks A), kemudian mengecek apabila matriks yang diinput bukan matriks bujur sangkar maka itu tidak memiliki nilai invers karena akan direduksi ke matriks Identitas (I_n) yang selamanya matriks Identitas (I_n) adalah matriks kuadarat, sehingga syarat dalam menentukan invers matriks dengan menggunakan metode counter yaitu menggunakan matriks kuadrat. Kemudian mengecek elemen diagonalnya yang bernilai 0, jika ada maka baris yang memuat entri 0 (nol) ditukar dengan baris dibawahnya. Selanjutnya jika salah satu dari matriks yang diinput terdapat nilai 0 (nol) pada semua entri-entrinya maka itu tidak memiliki nilai invers karena determinannya = 0 (nol). Kemudian untuk mendapatkan nilai 1 pada matriks diagonalnya maka hampir sama dengan pengerjaan secara manual yaitu membagi masing-masing baris dengan elemen diagonalnya dan untuk mendapatkan nilai 0 (nol) dengan cara mereduksi elemen baris dengan baris dibawahnya. Jika matriks sebelah kiri (matriks A) menjadi matriks Identitas (I_n) maka matriks sebelah kanan akan menjadi invers dari matriks A (A^{-1}). Dan setelah itu maka hasil output telah didapatkan.

Pada penelitian ini, peneliti mendapatkan hasil yang sama dalam pengerjaan secara manual dengan hasil yang didapat dengan menggunakan program Matlab. Tetapi di sini kelebihan menggunakan program Matlab dibanding dengan mencari invers matriks secara manual yaitu dengan menggunakan program Matlab pengerjaannya lebih cepat walaupun matriks dalam ordo yang besar atau matriks sampai ordo n x n.

KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil penelitian di atas dapat disimpulkan bahwa:

a) Bentuk penyelesaian umum dalam Invers Matriks dengan Menggunakan Metode Counter adalah sebagai berikut:

1. Pada baris pertama kolom pertama (matriks diagonal) yaitu dengan rumus $B_1 \times \frac{1}{a_{11}}$, pada baris kedua kolom pertama yaitu dengan rumus $B_2 + (-a_{21} \times B_1)$, pada baris ke n kolom pertama yaitu dengan menggunakan rumus $B_n + (-a_{n1} \times B_1)$.
2. Pada langkah selanjutnya yaitu baris kedua kolom kedua (matriks diagonal) dengan rumus $B_2 \times \frac{a_{11}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}$. Pada baris pertama kolom pertama yaitu dengan rumus $B_1 + \left(-\frac{a_{12}}{a_{11}} \times B_2\right)$, dan pada baris ke n kolom kedua yaitu dengan rumus $B_n + \left(-\frac{a_{11}a_{n2} - a_{n1}a_{12}}{a_{11}} \times B_2\right)$.
3. Kemudian langkah selanjutnya yaitu baris ke n kolom ke n (matriks diagonal) dengan menggunakan rumus
$$B_n \times \frac{a_{11}}{(a_{11}a_{nn} - a_{n1}a_{12}) - (a_{11}a_{n2} - a_{n1}a_{12}.a_{2n}a_{11} - a_{21}a_{1n})}$$
Kemudian pada baris pertama kolom ke n yaitu dengan rumus
$$B_1 + \left(-\frac{a_{1n}a_{22} - a_{12}a_{2n}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \times B_n\right),$$
dan yang terakhir pada baris kedua kolom ke n untuk kembali mendapatkan nilai 0 (nol) yaitu dengan rumus
$$B_2 + \left(-\frac{a_{2n}a_{11} - a_{21}a_{1n}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \times B_n\right).$$
Serta pada baris ke n kolom ke n yaitu dengan dengan rumus
$$B_n + \left(-\frac{a_{nn}a_{11} - a_{n1}a_{1n}}{a_{11}a_{n2} - a_{n1}a_{12}} \times B_n\right)$$

b) Untuk menyelesaikan invers matriks dengan menggunakan metode counter baik secara manual maupun dengan menggunakan program Matlab dalam penelitian ini diperoleh hasil yang sama. Tetapi di sini kelebihan menggunakan program Matlab yaitu pengerjaannya lebih cepat walaupun matriks dalam ordo yang berukuran besar.

Saran-saran yang diajukan peneliti berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh adalah:

Metode Counter adalah salah satu metode yang bisa digunakan dalam mencari invers suatu matriks. Peneliti menyarankan agar peneliti selanjutnya bisa meneliti dengan menggunakan beberapa metode yang belum pernah diteliti sebelumnya yaitu diantaranya dengan menggunakan *adjoint*, matriks partisi, dan juga terdapat metode dekomposisi *Lower Upper* (LU). Serta disertai aplikasi program agar memudahkan dalam mencari invers mtriks dalam ordo yang besar.

DAFTAR PUSTAKA

Akbar, Ibnu."Determinan dan Invers Matriks."http://www.google.com/dete rminan-dan-invers matriks&revid(2 januari 2013).

Anton, Howard. Aljabar Linier Elementer. Jakarta: Erlangga, 1984.

Depertemen Agama RI. Al Quran dan Terjemahnya. (Jakarta: Perwak ilan bagian percetakan dan Penerbitan Kementrian Agama).

Fatchiyah,Nur."Matriks dan Definisi matriks."http://www.google.com/076 10012-nurfatchiyah.ps (14 Agustus 2013).

Kurniati, Ema."Menentukan Invers Matriks Dengan Metode Dekomposisi Adomian" http://www.google.com/ 06510-ema kurniati.ps.htm (17 Desember (2012).

Kusumawati, Ririen. *Aljabar Linear & Matriks*. Malang: UIN-Malang Press, 2009.

Leon, Steven J. Aljabar Linear dan Aplikasinya. Jakarta: Erlang- ga, 2001.

Lipson, Lars, Ph.D. Aljabar Linear. Jakarta: Erlangga, 2004.

Sari, Diana Puspita. "Matriks dan Operasi Matriks,"http://www. slideshare.net/DianaSari7/kelompok-3- matriks (13 Agustus 2013).

Siena,Ibnu."Matlab."http//my.opera. com/aviciena/blog/2009/11/24/matlab (2 Mei 2013).

Supranto, J. *Pengantar Matrix*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, 1993.

Sutedjo, Budi S dan Micheal AN. *Algoritma dan Teknik Pemrograman*. Yogyakarta: Andi, 2002.

Suyuti, Ansar. "Apa itu MATLAB," http://www.scribd.comdoc206216741 Apa-itu-MATLAB. htm (25 Mei 2013).

Weber, Jean E. *Analisis Matematik Penerapan Bisnis dan Ekonomi*. Jakarta: Erlangga, 1999.

Widiarsono, Teguh. M. T. "Tutorial praktis belajar Matlab. "http : //directory.umm.ac.id/Labkom_ICT/labkom /matlab/dasar2.Pdf (24 Mei 2013).