

Analisis dan Simulasi Numerik Model Penyakit Diabetes Melitus di Kabupaten Pinrang Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4

St. Maryam

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, stmaryammy@gmail.com

Try Azisah Nurman

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, try.azisah@uin-alauddin.ac.id

Ilham Syata

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, ilham.syata@uin-alauddin.ac.id

ABSTRAK, Penelitian ini membahas terkait analisis dan simulasi penyakit Diabetes Melitus di Kabupaten Pinrang dengan menerapkan model $SEIIT_T$ menggunakan metode Runge-Kutta orde 4. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan yang bertujuan untuk menerapkan model $SEIIT_T$ dan mengetahui solusi numerik pada model $SEIIT_T$ dalam memprediksi kasus penyakit diabetes melitus di Kabupaten Pinrang dimasa depan. Model matematika penyakit Diabetes Melitus berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinear yang mencakup variabel S (*Susceptible*), E (*Exposed*), I (*Infected*) dan I_T (*Infected With Treatment*). Hasil penelitian yang diperoleh pada Tahun 2023 dengan $\Delta t = 0,01$ Tahun menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 dengan nilai awal yaitu $S(t_0) = 372.432$, $E(t_0) = 6.898$, $I(t_0) = 1.248$, $I_T(t_0) = 2.584$ adalah $S(t_{100}) = 323.104$, $E(t_{100}) = 3.220$, $I(t_{100}) = 2.882$ dan $I_T(t_{100}) = 2.991$. Laju populasi rentan mengalami penurunan yang disebabkan adanya interaksi individu ekposes, Populasi individu ekposes juga mengalami penurunan sedangkan untuk populasi terinfeksi tanpa perawatan dan terinfeksi dengan adanya perawatan mengalami peningkatan kemudian menurun.

Kata Kunci: Diabetes Melitus, Model $SEIIT_T$, Solusi Numerik

1. PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan suatu proses memformulasikan permasalahan yang nyata sebagai hasil dari suatu pengamatan dengan menggunakan asumsi-asumsi tertentu sebagai acuan dalam membuat model matematika sehingga akan diperoleh persamaan matematika dimana model real berubah menjadi model matematika kemudian diselesaikan secara matematik [1].

Banyak permasalahan yang ada dikalangan masyarakat yang dapat diamati dan dianalisa menggunakan model matematika. Model matematika yang menggambarkan masalah dunia nyata seringkali diterapkan dalam bentuk persamaan diferensial. Salah satunya adalah penyakit yang setiap tahunnya semakin

meningkat dan semakin banyak diderita oleh masyarakat, yaitu penyakit Diabetes Melitus.

Menurut [2], IDF memprediksi jumlah penderita diabetes dibeberapa dunia, Indonesia menempati urutan ke-7 dari 10 negara dengan jumlah kasus terbanyak, yaitu sebesar 10,7 juta populasi. Indonesia merupakan satu-satunya Negara di Asia Tenggara yang masuk dalam daftar tersebut, sehingga dapat ditaksirkan besarnya partisipasi Indonesia terhadap prevalensi penyakit diabetes di Asia Tenggara.

Prevalensi diabetes pada penduduk Indonesia berdasarkan diagnosis oleh dokter pada umur ≥ 15 tahun adalah 2%. Angka ini menunjukkan adanya peningkatan dari hasil Riskesdas 2013 adalah 1,5%. Namun, prevalensi diabetes melitus menurut hasil tes glukosa darah meningkat dimana pada tahun 2013 sebesar 6,9% menjadi 8,5% pada tahun 2018. Angka ini menunjukkan hanya sekitar 25% penderita yang tahu bahwa mereka menderita diabetes [2].

Peningkatan jumlah kasus penyakit diabetes melitus di Indonesia terjadi di beberapa provinsi termasuk Provinsi Sulawesi Selatan. Prevalensi diabetes di Sulawesi Selatan yang didiagnosis oleh dokter pada tahun 2018 adalah 1,7% angka ini menunjukkan peningkatan sebesar 0,1% dibandingkan pada tahun 2013 yaitu 1,6% (Riskesdas 2018). Prevalensi diabetes tertinggi yang didiagnosis oleh dokter terdapat di Kabupaten Pinrang (2,8%), Kota Makassar (2,5%), Kabupaten Toraja Utara (2,3%) dan Kota Palopo (2,1%). Prevalensi diabetes yang didiagnosis oleh dokter atau berdasarkan gejala, tertinggi berada di Kabupaten Tana Toraja (6,1%), Kota Makassar (5,3%), Kabupaten Luwu (5,2%) dan Kabupaten Luwu Utara (4,0%). Kabupaten Pinrang merupakan salah satu daerah dengan angka prevalensi tertinggi diabetes

Analisis dan Simulasi Numerik Model Penyakit Diabetes Melitus di Kabupaten Pinrang Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4

St. Maryam

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, stmaryammy@gmail.com

Try Azisah Nurman

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, try.azisah@uin-alauddin.ac.id

Ilham Syata

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, ilham.syata@uin-alauddin.ac.id

ABSTRAK. Penelitian ini membahas terkait analisis dan simulasi penyakit Diabetes Melitus di Kabupaten Pinrang dengan menerapkan model $SEIIT_T$ menggunakan metode Runge-Kutta orde 4. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan yang bertujuan untuk menerapkan model $SEIIT_T$ dan mengetahui solusi numerik pada model $SEIIT_T$ dalam memprediksi kasus penyakit diabetes melitus di Kabupaten Pinrang dimasa depan. Model matematika penyakit Diabetes Melitus berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinear yang mencakup variabel S (*Susceptible*), E (*Exposed*), I (*Infected*) dan I_T (*Infected With Treatment*). Hasil penelitian yang diperoleh pada Tahun 2023 dengan $\Delta t = 0,01$ Tahun menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 dengan nilai awal yaitu $S(t_0) = 372.432$, $E(t_0) = 6.898$, $I(t_0) = 1.248$, $I_T(t_0) = 2.584$ adalah $S(t_{100}) = 323.104$, $E(t_{100}) = 3.220$, $I(t_{100}) = 2.882$ dan $I_T(t_{100}) = 2.991$. Laju populasi rentan mengalami penurunan yang disebabkan adanya interaksi individu ekposes, Populasi individu ekposes juga mengalami penurunan sedangkan untuk populasi terinfeksi tanpa perawatan dan terinfeksi dengan adanya perawatan mengalami peningkatan kemudian menurun.

Kata Kunci: Diabetes Melitus, Model $SEIIT_T$, Solusi Numerik

1. PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan suatu proses memformulasikan permasalahan yang nyata sebagai hasil dari suatu pengamatan dengan menggunakan asumsi-asumsi tertentu sebagai acuan dalam membuat model matematika sehingga akan diperoleh persamaan matematika dimana model real berubah menjadi model matematika kemudian diselesaikan secara matematik [1].

Banyak permasalahan yang ada dikalangan masyarakat yang dapat diamati dan dianalisa menggunakan model matematika. Model matematika yang menggambarkan masalah dunia nyata seringkali diterapkan dalam bentuk persamaan diferensial. Salah satunya adalah penyakit yang setiap tahunnya semakin

meningkat dan semakin banyak diderita oleh masyarakat, yaitu penyakit Diabetes Melitus.

Menurut [2], IDF memprediksi jumlah penderita diabetes di beberapa dunia, Indonesia menempati urutan ke-7 dari 10 negara dengan jumlah kasus terbanyak, yaitu sebesar 10,7 juta populasi. Indonesia merupakan satu-satunya Negara di Asia Tenggara yang masuk dalam daftar tersebut, sehingga dapat ditaksirkan besarnya partisipasi Indonesia terhadap prevalensi penyakit diabetes di Asia Tenggara.

Prevalensi diabetes pada penduduk Indonesia berdasarkan diagnosis oleh dokter pada umur ≥ 15 tahun adalah 2%. Angka ini menunjukkan adanya peningkatan dari hasil Riskesdas 2013 adalah 1,5%. Namun, prevalensi diabetes melitus menurut hasil tes glukosa darah meningkat dimana pada tahun 2013 sebesar 6,9% menjadi 8,5% pada tahun 2018. Angka ini menunjukkan hanya sekitar 25% penderita yang tahu bahwa mereka menderita diabetes [2].

Peningkatan jumlah kasus penyakit diabetes melitus di Indonesia terjadi di beberapa provinsi termasuk Provinsi Sulawesi Selatan. Prevalensi diabetes di Sulawesi Selatan yang didiagnosis oleh dokter pada tahun 2018 adalah 1,7% angka ini menunjukkan peningkatan sebesar 0,1% dibandingkan pada tahun 2013 yaitu 1,6% (Riskesdas 2018). Prevalensi diabetes tertinggi yang didiagnosis oleh dokter terdapat di Kabupaten Pinrang (2,8%), Kota Makassar (2,5%), Kabupaten Toraja Utara (2,3%) dan Kota Palopo (2,1%). Prevalensi diabetes yang didiagnosis oleh dokter atau berdasarkan gejala, tertinggi berada di Kabupaten Tana Toraja (6,1%), Kota Makassar (5,3%), Kabupaten Luwu (5,2%) dan Kabupaten Luwu Utara (4,0%). Kabupaten Pinrang merupakan salah satu daerah dengan angka prevalensi tertinggi diabetes

melitus yang didiagnosis oleh dokter sebesar 2,8% diatas angka prevalensi nasional sebesar 2,1% [3].

Berdasarkan kenyataan tersebut, perlu dilakukan tindakan untuk memprediksi peningkatan jumlah populasi penderita diabetes. Model matematika yang mengkaji perkembangan penyakit diabetes melitus telah banyak diteliti oleh beberapa ahli. Beberapa peneliti diantaranya meneliti tentang model nonlinear penyakit diabetes dengan membagi populasi menjadi tanpa dan dengan komplikasi hasil simulasi menggunakan metode Euler dimana metode Euler tidak dapat memprediksi jumlah penderita diabetes dengan komplikasi [4]. Penelitian ini mengkaji mengenai model matematika SEI pada penyebaran penyakit diabetes dengan memperhatikan faktor genetik serta dengan menambahkan parameter insulin pada kompartemen *Infected(I)*[5]. Penelitian lainnya meneliti tentang penyakit diabetes melitus dengan faktor Genetik dan Faktor Sosial dengan menggunakan model $S_p I_p T G S I$ [6].

Model matematika penyakit diabetes melitus yang digunakan dalam penelitian ini adalah model yang memprediksi jumlah penderita diabetes melitus. Kemudian untuk menyelesaikan model penyakit diabetes melitus menggunakan metode Runge-Kutta. Runge-Kutta adalah metode numerik untuk memperoleh konvergensi tinggi tanpa memerlukan perhitungan turunan yang lebih tinggi. Metode Runge-Kutta yang paling mendekati konvergen yaitu yang orde 4. Metode Runge-Kutta orde 4 ialah metode langkah tunggal dengan galat terkecil. Sehingga digunakan metode Runge-Kutta orde 4 dalam penelitian ini.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Penyakit Diabetes Melitus

Diabetes salah satu penyakit kronis yang disebabkan karena pankreas tidak dapat menghasilkan insulin yang cukup atau terjadi ketika tubuh tidak bisa memanfaatkan insulin yang dihasilkan secara efektif, dimana insulin ialah hormon yang berfungsi untuk mengendalikan Glukosa di dalam tubuh. Diabetes merupakan masalah kesehatan masyarakat yang menjadi tujuan tindak lanjut

para pemimpin dunia dikarenakan diabetes menjadi salah satu penyakit tidak menular yang prioritaskan [7]. Diabetes melitus sering juga disebut penyakit *silent killer* karena banyak orang tak sadar bahwa dirinya menderita penyakit diabetes dan saat diketahui sudah mengalami komplikasi karena diabetes melitus dapat menyerang hampir seluruh sistem tubuh manusia, mulai dari jantung sampai kulit sehingga dapat menimbulkan komplikasi.

Diabetes melitus dapat terjadi karena gaya hidup masyarakat yang tidak sehat misalnya pola makanan yang tidak seimbang, obesitas, makan berlebihan, kebiasaan merokok dan kurang aktivitas fisik maka dari itu penyebaran dari penyakit diabetes melitus berasal dari dalam diri masing-masing individu yang bergantung pada gaya hidup yang dijalankannya. Penyakit diabetes melitus adalah salah satu penyakit yang tidak dapat di sembuhkan tetapi hanya dapat diatasi penyebarannya.

Persamaan Diferensial

Persamaan Diferensial merupakan suatu Persamaan yang memuat satu atau lebih turunan dari fungsi yang tidak diketahui [8]. Pada persamaan diferensial (PD) dibagi menjadi dua jenis persamaan yaitu persamaan diferensial biasa (PDB) dan persamaan diferensial parsial (PDP). PDB merupakan suatu Persamaan diferensial jika fungsi yang tidak diketahui hanya bergantung pada satu peubah bebas/hanya melibatkan satu variabel bebas sedangkan PDP merupakan suatu Persamaan diferensial yang melibatkan dua atau lebih variabel bebas dan memuat turunan parsial dari fungsi yang tak diketahui.

Metode Numerik

Metode numerik adalah metode yang mendekati solusi analitik atau solusi sebenarnya maka dari itu metode numerik disebut sebagai solusi pendekatan atau hampiran karena terkadang metode analitik hanya bisa mengatasi masalah matematika yang mudah dan menghasilkan solusi sebenarnya sedangkan metode numerik dapat digunakan untuk mengatasi masalah matematika yang sangat kompleks dan non-linier. Dalam penyelesaian

metode numerik mengandung galat karena terdapat selisih dan jika nilai galat yang didapatkan semakin mendekati nol maka semakin teliti solusi numerik yang diperoleh [9].

Metode Runge-Kutta Orde 4

Metode Runge-Kutta orde empat memiliki bentuk persamaan sebagai berikut:[10]

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta t \tag{2.1}$$

dengan:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f\left(x_i, y_i + \frac{1}{2}k_1\right) \\ k_3 &= f\left(x_i, y_i + \frac{1}{2}\Delta tk_2\right) \\ k_4 &= f(x_i, y_i + k_3) \end{aligned}$$

keterangan:

- y_i : Nilai sebelumnya
- y_{i+1} : Nilai selanjutnya dengan ukuran langkah Δt
- Δt : Ukuran langkah

Metode Runge-Kutta orde empat memiliki tingkatan ketepatan pemecahan yang lebih besar dari pada metode Runge-Kutta orde satu, dua, dan tiga. Selain itu, metode Runge-Kutta orde empat juga gampang di selesaikan dengan komputer, stabil, serta galat pemotongan dan pembulatan kecil oleh sebab itu, metode Runge-Kutta orde 4 kerap digunakan untuk menuntaskan suatu persamaan diferensial.

Analisis Konvergensi

Metode numerik yang baik diharuskan untuk memenuhi tiga karakteristik atau sifat yaitu konvergensi, konsistensi, dan kestabilan. Metode Runge-Kutta Orde 4 menghasilkan penyelesaian yang lebih akurat yang ditandai dengan kekonvergenan pada metode yang memenuhi syarat konsisten dan stabil.

Teorema 2.1: Umum pada tingkat metode Runge-Kutta

$y_{n+1} = y_n + h\phi(x_n, y_n, h)$ dengan $\phi(x_n, y_n, h) = \sum_{i=1}^n b_i k_i$ adalah konvergen jika dan hanya jika stabil dan konsisten [11].

Stabilitas Metode Runge-Kutta orde 4

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + h(a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + a_4k_4) \\ y_{n+1} &= y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \Rightarrow \phi(x, y, h) \\ &= k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &|\phi(x, y_1, h) - \phi(x, y_2, h)| \\ &= \left| (k_1^{(1)} + 2k_2^{(1)} + 2k_3^{(1)} + k_4^{(1)}) - (k_1^{(2)} + 2k_2^{(2)} + 2k_3^{(2)} + k_4^{(2)}) \right| \\ &= \left| (k_1^{(1)} - k_1^{(2)}) + 2(k_2^{(1)} - k_2^{(2)}) + 2(k_3^{(1)} - k_3^{(2)}) + (k_4^{(1)} - k_4^{(2)}) \right| \\ &\leq \left| (k_1^{(1)} - k_1^{(2)}) + 2(k_2^{(1)} - k_2^{(2)}) + 2(k_3^{(1)} - k_3^{(2)}) + (k_4^{(1)} - k_4^{(2)}) \right| \end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned} \left| (k_1^{(1)} - k_1^{(2)}) \right| &= |f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq L|y_1 - y_2| \\ \left| (k_2^{(1)} - k_2^{(2)}) \right| &= \left| f\left(x + \frac{1}{2}h, y_1 + \frac{1}{2}hk_1^{(1)}\right) - f\left(x + \frac{1}{2}h, y_2 + \frac{1}{2}hk_1^{(2)}\right) \right| \\ &\leq L \left| y_1 + \frac{1}{2}hk_1^{(1)} - y_2 - \frac{1}{2}hk_1^{(2)} \right| \\ &= L|y_1 - y_2| + \frac{1}{2}hL \left| k_1^{(1)} - k_1^{(2)} \right| \leq L|y_1 - y_2| + \frac{1}{2}hL^2 \left| k_1^{(1)} - k_1^{(2)} \right| \\ &= (L + \frac{3}{4}hL^2)|y_1 - y_2| \\ \left| (k_3^{(1)} - k_3^{(2)}) \right| &= \left| f\left(x + \frac{1}{2}h, y_1 + \frac{1}{2}hk_2^{(1)}\right) - f\left(x + \frac{1}{2}h, y_2 + \frac{1}{2}hk_2^{(2)}\right) \right| \\ &\leq L \left| \left(y_1 + \frac{1}{2}hk_2^{(1)} \right) - \left(y_2 + \frac{1}{2}hk_2^{(2)} \right) \right| \\ &= L \left| y_1 - y_2 + \frac{1}{2}h(k_2^{(1)} - k_2^{(2)}) \right| \leq L|y_1 - y_2| + \frac{1}{2}hL \left| k_2^{(1)} - k_2^{(2)} \right| \\ &\leq L|y_1 - y_2| + \frac{1}{2}hL \left(L + \frac{1}{2}hL^2 \right) |y_1 - y_2| \\ &= \left(L + \frac{1}{2}hL^2 + \frac{1}{4}h^2L^3 \right) |y_1 - y_2| \\ \left| (k_4^{(1)} - k_4^{(2)}) \right| &= \left| f\left(x + h, y_1 + hk_3^{(1)}\right) - f\left(x + h, y_2 + hk_3^{(2)}\right) \right| \\ &\leq L \left| \left(y_1 + hk_3^{(1)} \right) - \left(y_2 + hk_3^{(2)} \right) \right| \\ &= L \left| y_1 - y_2 + h(k_3^{(1)} - k_3^{(2)}) \right| \leq L|y_1 - y_2| + hL \left| k_3^{(1)} - k_3^{(2)} \right| \\ &\leq L|y_1 - y_2| + hL \left(L + \frac{1}{2}hL^2 + \frac{1}{4}h^2L^3 \right) |y_1 - y_2| \\ &= \left(L + hL^2 + \frac{1}{2}h^2L^3 + \frac{1}{4}h^3L^4 \right) |y_1 - y_2| \\ \therefore |\phi(x, y_1, h) - \phi(x, y_2, h)| \\ &\leq L|y_1 - y_2| + 2 \left(L + \frac{1}{2}hL^2 \right) |y_1 - y_2| + 2 \left(L + \frac{1}{2}hL^2 + \frac{1}{4}h^2L^3 \right) |y_1 - y_2| \\ &\quad + \left(L + hL^2 + \frac{1}{2}h^2L^3 + \frac{1}{4}h^3L^4 \right) |y_1 - y_2| \\ &= \left(L + 2 \left(L + \frac{1}{2}hL^2 \right) + 2 \left(L + \frac{1}{2}hL^2 + \frac{1}{4}h^2L^3 \right) + \left(L + hL^2 + \frac{1}{2}h^2L^3 + \frac{1}{4}h^3L^4 \right) \right) |y_1 - y_2| \\ &\text{sehingga,} \\ L^* &= \left(L + 2 \left(L + \frac{1}{2}hL^2 \right) + 2 \left(L + \frac{1}{2}hL^2 + \frac{1}{4}h^2L^3 \right) + \left(L + hL^2 + \frac{1}{2}h^2L^3 + \frac{1}{4}h^3L^4 \right) \right) \\ &\Rightarrow |\phi(x, y_1, h) - \phi(x, y_2, h)| \leq L^*|y_1 - y_2| \end{aligned}$$

Oleh karena itu metode ini stabil.

Konsistensi Metode Runge-Kutta orde 4

$$\begin{aligned} \phi(x, y, h) &= \frac{1}{6} \left[f(x, y) + 2f\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}hf(x, y)\right) + 2f\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}hf\left(x + \frac{1}{2}h, y + 12hf(x, y) + fx + h, y + hf x + 12h, y + 12hfx + 12h, y + 12hf(x, y)\right)\right) \right] \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\phi(x, y, h) - f(x, y)}{h} = \frac{1}{6} [f(x, y) + 2f(x, y) + 2f(x, y) + f(x, y)] = f(x, y).$$

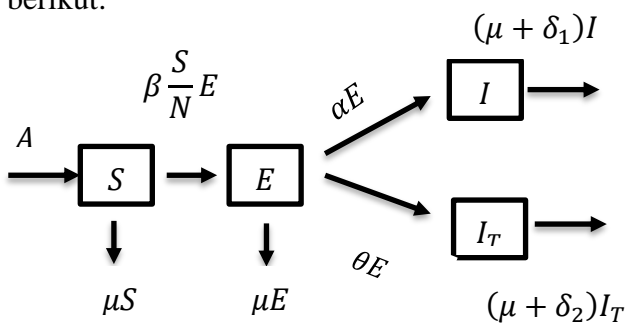
Dengan demikian metode ini konsisten dan menghasilkan penyelesaian yang konvergen

Model Diabetes Melitus

Model matematika pada penyakit diabetes melitus ini adalah model yang mengilustrasikan penyebaran penyakit diabetes melitus dengan perawatan [12]. Adapun Asumsi-asumsi yang digunakan dalam membangun model adalah:

1. Tidak ada individu yang sembuh
2. Pengaruh penyebaran penyakit bersifat tertutup artinya penambahan dan pengurangan populasi hanya dipengaruhi oleh kelahiran dan kematian.
3. Laju kelahiran populasi masuk kelas **S** (*Susceptible*)
4. Individu yang memiliki kebiasaan buruk, penurunan hormon insulin, dan peningkatan glukosa darah masuk kelas **E** (*Exposed*).
5. Individu yang telah sakit dan tidak mendapatkan perawatan masuk kelas **I** (*Infected*)
6. Individu yang telah sakit dan mendapatkan perawatan masuk kelas **I_T** (*Infected With Treatment*)
7. Terjadi kematian akibat penyakit diabetes melitus baik yang mendapatkan perawatan maupun yang tidak mendapatkan perawatan.

Berdasarkan Asumsi – asumsi yang telah dibuat dalam model penyakit diabetes melitus maka dapat dibentuk diagram alir sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram Alir Model $SEII_T$ pada Penyakit Diabetes Melitus

Berdasarkan gambar diagram alir di atas, perumusan model matematika untuk penderita diabetes melitus adalah [8]:

$$\frac{dS(t)}{dt} = A - \mu S(t) - \beta \frac{S(t)}{N} E(t) \tag{2.2}$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \beta \frac{S(t)}{N} E(t) - (\mu + \alpha + \theta) E(t) \tag{2.3}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \alpha E(t) - (\mu + \delta_1) I(t) \tag{2.4}$$

$$\frac{dI_T(t)}{dt} = \theta E(t) - (\mu + \delta_2) I_T(t) \tag{2.5}$$

dengan Kondisi:

$$N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + I_T(t)$$

keterangan:

- $N(t)$: Jumlah individu dalam populasi pada saat t
- $S(t)$: Jumlah individu yang rentan pada saat t
- $E(t)$: Jumlah individu yang laten pada saat t
- $I(t)$: Jumlah individu sakit pada saat t
- $I_T(t)$: Jumlah individu sakit dengan perawatan pada saat t
- A : Laju kelahiran Populasi
- μ : Laju kematian alami
- β : Laju kontak Infektif individu yang rentan terhadap individu yang laten
- α : Laju perpindahan individu yang laten terhadap individu sakit tanpa perawatan
- θ : Laju perpindahan individu yang laten terhadap individu sakit dengan adanya perawatan
- δ_1 : Laju kematian akibat penyakit tanpa perawatan
- δ_2 : Laju kematian akibat penyakit dengan adanya perawatan

Adapun formulasi dari parameter yang digunakan dalam model $SEII_T$ pada penyakit Diabetes melitus yang di konversi ke tahun dapat dilihat pada Tabel 2.1 berikut:

Tabel 2.1 Formulasi dari parameter model $SEII_T$ pada penyakit diabetes melitus

Parameter	Formulasi
A	$\frac{\text{Jumlah kelahiran}}{\text{jumlah populasi}}$
μ	$\frac{1}{\text{Angka harapan hidup}}$
β	$\frac{\text{Jumlah Populasi Laten}}{\text{Jumlah suspek}}$
α	$\frac{\text{Jumlah penderita DM}}{\text{Jumlah laten}}$
δ_1	$\frac{\text{Jumlah Kematian penderita DM}}{\text{Jumlah penderita DM tanpa perawatan}}$
δ_2	$\frac{\text{Jumlah Kematian penderita DM}}{\text{Jumlah penderita DM dengan perawatan}}$

Sumber: Buku Bahan Ajaran SURVEILANS, Liena.

3. METODOLOGI

Penelitian dilaksanakan pada bulan Januari tahun 2023. Jenis Penelitian terapan dengan pendekatan Kuantitatif yang bertujuan untuk mengetahui penyebaran penyakit diabetes melitus di Kabupaten Pinrang. Jenis data yang digunakan adalah data sekunder, dengan sumber data diperoleh dari Dinas Kesehatan (Dinkes) Kabupaten Pinrang serta Badan Pusat Statistika (BPS) Kabupaten Pinrang. Penelitian ini menggunakan model matematika dengan 4 kompartemen, yaitu populasi yang rentan (*Susceptible*), Populasi yang laten (*Exposed*), Populasi yang sakit tanpa perawatan (*Infected*), dan populasi yang sakit dengan perawatan (*Infected with treatment*).

Prosedur Analisis

Adapun Langkah-langkah analisis yang diterapkan oleh peneliti adalah sebagai berikut:

1. Untuk memperoleh model penyakit diabetes melitus di Kabupaten Pinrang, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Mengambil data sekunder yang berhubungan dengan data model penyakit diabetes melitus yang berasal dari Badan Pusat Statistik (BPS) di Kabupaten Pinrang dan Dinas Kesehatan (Dinkes) di Kabupaten Pinrang
 - b. Menentukan model pada penyakit diabetes melitus
 - c. Menentukan nilai awalan dan nilai parameter yang akan digunakan.
2. Untuk mengetahui solusi numerik model penyakit diabetes melitus di Kabupaten Pinrang menggunakan metode Runge-Kutta orde 4, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Melakukan diskritisasi model matematika pada penyakit diabetes melitus menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4.
 - b. Mengulangi iterasi sampai penyelesaian konvergen.
 - c. Interpretasi hasil solusi numerik pada model penyakit diabetes melitus menggunakan metode Runge-Kutta orde 4.

- d. Menarik kesimpulan dari solusi numerik penyakit diabetes melitus menggunakan metode Runge-Kutta orde 4.

4. PEMBAHASAN

Profile Data

Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistika (BPS) kabupaten Pinrang pada tahun 2022 jumlah populasi penduduk di kabupaten pinrang yang tersebar di 17 kecamatan yaitu sebesar 383.162 jiwa dengan Angka harapan hidup 70 tahun serta Angka kelahiran bayi sebesar 6.738 jumlah lahir hidup. Adapun data jumlah penderita Diabetes Melitus yang tercatat di Dinas Kesehatan Kabupaten Pinrang 3.832 jiwa dengan jumlah penderita yang mendapatkan perawatan 2.584 jiwa serta jumlah kematian 120 jiwa. Populasi individu Susceptible (rentan) terhadap diabetes melitus dihitung dengan mengurangi jumlah populasi penduduk dengan jumlah populasi *Exposed*, populasi *Infected*, dan populasi *Infected with treatment*, yaitu

$$S = N - (E + I + I_T) = 383.162 - (6.898 + 1.248 + 2.584) = 372.432.$$

Model SEIIT pada Penyakit Diabetes Melitus

Perumusan model matematika untuk penderita diabetes melitus adalah:

$$\frac{dS(t)}{dt} = A - \mu S(t) - \beta \frac{S(t)}{N} E(t) \tag{4.1}$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \beta \frac{S(t)}{N} E(t) - (\mu + \alpha + \theta) E(t) \tag{4.2}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \alpha E(t) - (\mu + \delta_1) I(t) \tag{4.3}$$

$$\frac{dI_T(t)}{dt} = \theta E(t) - (\mu + \delta_2) I_T(t) \tag{4.4}$$

dengan Kondisi:

$$N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + I_T(t)$$

Nilai Awal dan Parameter

Berdasarkan data yang telah di peroleh maka didapatkan nilai awalan untuk setiap variabel pada Model SEIIT adalah sebagai berikut:

Variabel	Nilai
$S(t_0)$	372.432
$E(t_0)$	6.898

Variabel	Nilai
$I(t_0)$	1.248
$I_T(t_0)$	2.584

Mensubtitusikan data-data yang telah diperoleh ke dalam formulasi pada Tabel 2.1 sehingga di dapatkan nilai-nilai parameter model $SEII_T$ pada penyakit diabetes melitus, dapat dilihat pada Tabel sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai Parameter

Parameter	Nilai
$N(t)$	383.162
A	0,00147
μ	0,01429
β	0,00154
α	0,04629
θ	0,02
δ_1	0,00801
δ_2	0,00387

Solusi Numerik Model $SEII_T$ Pada Penyakit Diabetes Melitus

Mensubtitusikan nilai awal dan parameter yang diberikan pada Tabel 4.1 dan 4.2 ke dalam Persamaan (4.1) hingga Persamaan (4.4) yang merupakan solusi numerik model $SEII_T$ pada penyakit Diabetes Melitus.

Pada iterasi pertama, interval waktu atau jarak langkah yang digunakan yaitu $\Delta t = 0,01$. Kemudian diberikan $S(t_0) = 372.432$, $E(t_0) = 6.898$, $I(t_0) = 1.248$ dan $I_T(t_0) = 2.584$ sebagai nilai awal sehingga diperoleh hasil penyelesaian numerik model $SEII_T$ pada penyakit diabetes melitus menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 sebagaimana pada Persamaan berikut:

$$S(t_{0+1}) = S(t_0) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta t \quad (4.6)$$

$$E(t_{0+1}) = E(t_0) + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)\Delta t \quad (4.7)$$

$$I(t_{0+1}) = I(t_0) + \frac{1}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)\Delta t \quad (4.8)$$

$$I_T(t_{0+1}) = I_T(t_0) + \frac{1}{6}(n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4)\Delta t \quad (4.9)$$

Dimana nilai dari setiap fungsi evaluasi adalah sebagai berikut:

$$k_1 = -5332,38 \quad k_3 = -5294,09$$

$$l_1 = -545,515 \quad l_3 = -524,866$$

$$m_1 = 291,478 \quad m_3 = 276,277$$

$$n_1 = 91,035 \quad n_3 = 85,025$$

$$k_2 = -5293,798 \quad k_4 = -5255,803$$

$$l_2 = -524,016 \quad l_4 = -504,21$$

$$m_2 = 275,602 \quad m_4 = 261,021$$

$$n_2 = 84,753 \quad n_4 = 78,993$$

Kemudian mensubtitusikan nilai dari fungsi evaluasi ke dalam Persamaan (4.6) sampai (4.9) maka akan diperoleh hasil dari solusi numerik model $SEII_T$ pada penyakit diabetes menggunakan metode runge-kutta orde 4 sebagai berikut:

$$S(t_{0+1}) = S(t_0) + \left(\frac{1}{6}\right)(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta t$$

$$S(t_1) = 372.432 + \left(\frac{1}{6}\right)(5332,38 + 2(-5293,798) + 2(-5294,09) + (-5255,803))(0,01) = 372.379,1$$

$$E(t_{0+1}) = E(t_0) + \left(\frac{1}{6}\right)(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)\Delta t$$

$$E(t_1) = 6.898 + \left(\frac{1}{6}\right)(-545,515) + 2(-524,061) + 2(-524,866) + (-504,21)(0,01) = 6892,754$$

$$I(t_{0+1}) = I(t_0) + \left(\frac{1}{6}\right)(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)\Delta t$$

$$I(t_1) = 1248 + \left(\frac{1}{6}\right)(291,478 + 2(275,602) + 2(276,277) + 261,021)(0,01) = 1250,760$$

$$I_T(t_{0+1}) = I_T(t_0) + \left(\frac{1}{6}\right)(n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4)\Delta t$$

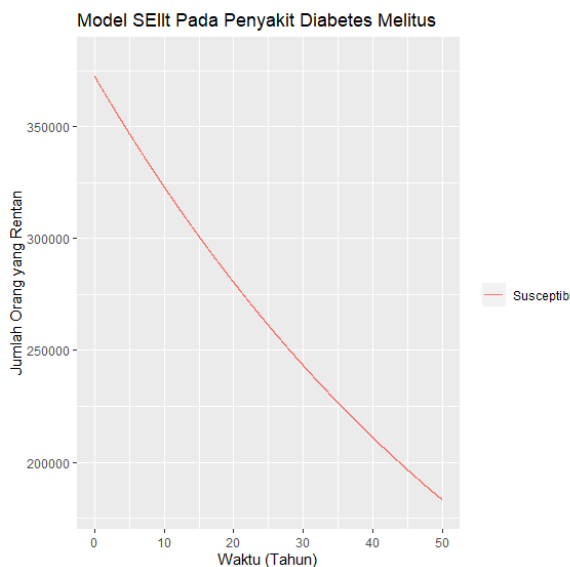
$$I_T(t_1) = 2584 + \left(\frac{1}{6}\right)(91,035 + 2(84,753) + 2(85,025) + 78,993)(0,01) = 2584,849$$

Kemudian untuk iterasi selanjutnya dilakukan hal yang sama hingga iterasi ke-5000 atau akan memprediksi laju untuk 50 tahun kedepan pada setiap populasi dengan menggunakan program R-Studio.

Tabel 4.3. Hasil Solusi Numerik Penyakit Diabetes Melitus Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4

i	t_i	$S(t_i)$	$E(t_i)$	$I(t_i)$	$I_T(t_i)$
0	0	372432	6898	1248	2584
1	0,01	372379	6892	1251	2585
2	0,02	372326	6887	1253	2586
3	0,03	372273	6877	1256	2587
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4998	49,98	1832191	150,1	2150	1919
4999	49,99	183165	150,1	2150	1918
5000	50,00	183139	150,1	2150	1918

Plot Grafik untuk hasil iterasi solusi numerik menggunakan metode runge-kutta orde 4 pada penyakit diabetes melitus untuk setiap *Susceptible*, *Eksposed*, *Infected*, dan *Infected With Treatmen* menggunakan program R-Studio, akan ditunjukkan pada plot grafik berikut



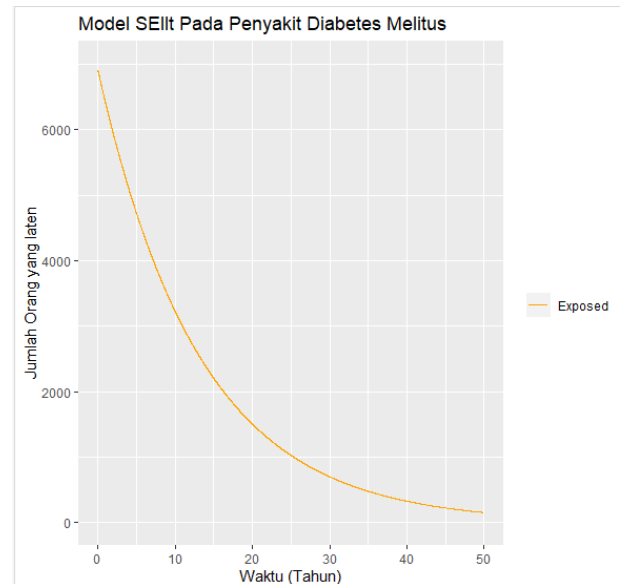
Gambar 4.1 Penyebaran Jumlah *Susceptible* pada penyakit Diabetes Melitus

Hasil untuk iterasi laju kelas populasi individu manusia yang rentan (S) akan

ditunjukkan pada plot Grafik seperti pada Gambar 4.1.

Pada Gambar 4.1 memperlihatkan bahwa dengan jumlah nilai atau $S(t_0)$ Senilai 372.432 jiwa membuat grafik garis menurun dari waktu ke waktu hingga berada pada waktu $\Delta t = 50$ tahun senilai dengan 183.139 jiwa. Menurunnya populasi *Susceptible* dapat disebabkan karena adanya populasi yang berpindah status menjadi *Exposed* yang disebabkan oleh laju kontak infeksi populasi yang *Susceptible* menjadi *Exposed*.

Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelas Populasi individu manusia yang laten (E) ditunjukkan pada plot Grafik seperti pada Gambar 4.2.

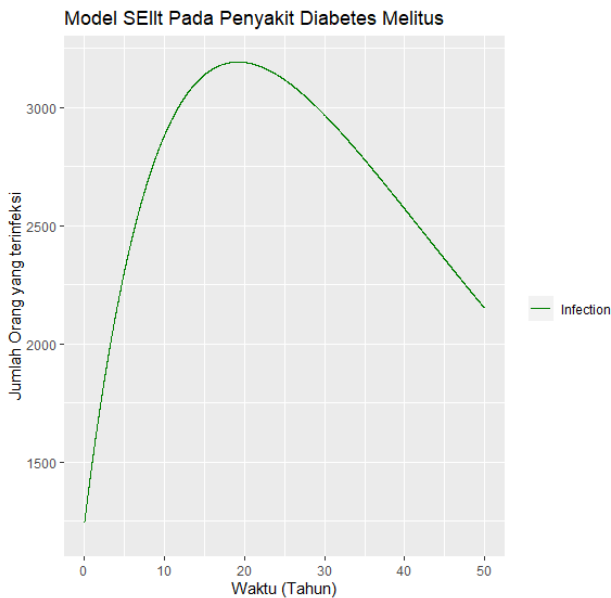


Gambar 4.2 Penyebaran Jumlah *Exposed* pada Penyakit Diabetes Melitus

Pada Gambar 4.2 memperlihatkan bahwa dengan jumlah nilai awalan atau $E(t_0)$ senilai 6.898 dapat membuat grafik garis menurun dari waktu ke waktu hingga berada pada waktu $\Delta t = 50$ tahun. Penurunan tersebut menunjukkan bahwa dalam beberapa waktu kedepan yang terjadi pada Populasi *Exposed* akan mengalami penurunan tetapi jumlah populasi *Exposed* akan ada dalam populasi karena terjadi kontak infeksi antara populasi *Susceptible* dan *Exposed*. Dan dapat dilihat Grafiknya mengalami penurunan yang sangat drastis hal ini disebabkan laju kelahiran yang masuk sangat rendah serta populasi *Eksposed* mengalami perpindah status menjadi *Infected*,

Infected With Treatment dan adanya kematian alami.

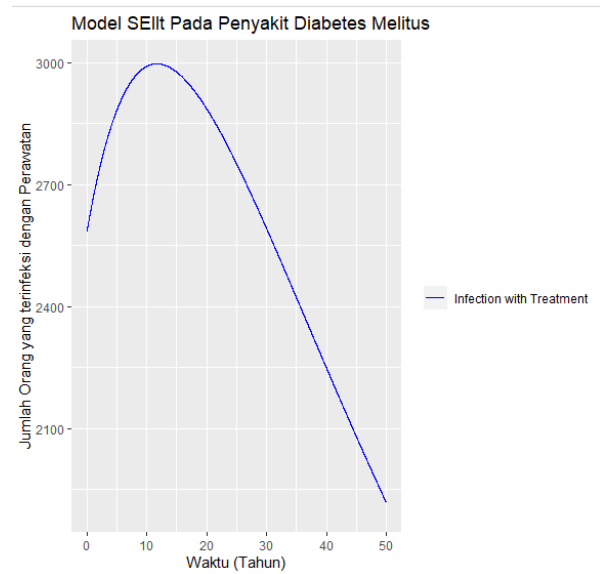
Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelas Populasi individu yang terinfeksi tanpa adanya perawatan (I) ditunjukkan pada plot grafik seperti pada gambar 4.3.



Gambar 4.2 Penyebaran Jumlah *Infection* pada Penyakit Diabetes Melitus

Pada gambar 4.3 memperlihatkan bahwa dengan jumlah nilai awal atau I_0 senilai 1.248 jiwa dapat membuat gambar grafik populasi *Infected* mengalami peningkatan hingga berada pada waktu $\Delta t = 19$ tahun kedepan dengan populasi individu senilai 3.191 jiwa dan mencapai titik puncaknya, namun setelah melewati titik puncak, terjadi juga penurunan secara terus menerus. Penurunan tersebut menunjukkan bahwa dalam beberapa waktu kedepan yang terjadi pada populasi *Infected* akan mengalami penurunan, hal ini terjadi karena adanya perpindahan individu *Exposed* ke individu *Infected With Treatment*. Adapun besarnya jumlah populasi individu *Infected* pada waktu $\Delta t = 50$ tahun kedepan adalah 2.150 jiwa.

Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelas Populasi individu yang terinfeksi dengan adanya perawatan (I_T) ditunjukkan pada plot grafik seperti pada gambar 4.4.



Gambar 4.4 Penyebaran Jumlah *Infection with Treatment* Penyakit Diabetes Melitus

Pada gambar 4.4 memperlihatkan bahwa dengan jumlah nilai awal atau I_0 senilai 2.584 jiwa dapat membuat gambar grafik populasi *Infected With Treatment* mengalami peningkatan hingga berada pada waktu $\Delta t = 11$ tahun kedepan dengan populasi individu senilai 2.997 jiwa dan mencapai titik puncaknya, namun setelah melewati titik puncak, terjadi juga penurunan secara terus menerus. Adapun jumlah populasi *Infected* pada waktu $\Delta t = 50$ tahun kedepan adalah 1.918 jiwa.

5. KESIMPULAN

Adapun Kesimpulan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model $SEIIT_T$ pada penyakit diabetes melitus di kabupaten Pinrang, adalah sebagai berikut:

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0,00147 - 0,01429S(t) - 0,00154 \left(\frac{S(t)}{383,162} \right) E(t)$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = 0,00154 \left(\frac{S(t)}{383,162} \right) E(t) - (0,01429 + 0,04629 + 0,02)E(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = 0,04629E(t) - (0,00154 + 0,00801)I(t)$$

$$\frac{dI_T(t)}{dt} = 0,02E(t) - (0,00154 + 0,00387)I_T(t)$$

2. Adapun solusi numerik model $SEIIT_T$ pada penyakit diabetes melitus menggunakan metode runge-kutta orde-4 dengan Ukuran langkah $\Delta t = 0,01$ didapatkan untuk 0,01 Tahun yaitu $S(t_1) = 372.379,$

$E(t_1) = 6.892, I(t_1) = 1.251,$ dan $I_T(t_1) = 2.585$ dan untuk prediksi 50 tahun ke depan menggunakan aplikasi R-studio dengan membuat program metode Runge-Kutta orde 4 dimana hasil yang diperoleh sama dengan aplikasi Maple, yaitu populasi manusia yang rentan (S) sebesar 183.139 jiwa, populasi manusia yang laten (E) sebesar 150 jiwa, populasi manusia yang sakit tanpa adanya perawatan (I) sebesar 2.150 jiwa dan populasi manusia yang sakit dengan adanya perawatan (I_T) sebesar 1.918 jiwa, disini dapat juga dilihat bahwa setelah disimulasikan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 untuk 50 tahun kedepan, diketahui bahwa jumlah populasi (N) di Kabupaten Pinrang akan mengalami penurunan dari 383.162 jiwa ke 187.357 jiwa. hal ini disebabkan karena dalam penelitian ini menggunakan populasi tertutup dimana ukuran populasi konstan selama periode penelitian.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Kurniawati, Irwan dan Abdul Haris Rosyidin. 2019. “Profil Pemodelan Matematika Siswa SMP Dalam Menyelesaikan Masalah Pada Materi Fungsi Linear”. Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika: Universitas Negeri Surabaya. Vol 8 No. 2.
- [2] Pusat Data dan Informasi Kemenkes RI. 2022. “Tetap Produktif Cegah dan Atasi Diabetes Melitus”. Available:<https://pusdatin.kemkes.go.id/download.php?file=download/pusdatin/infodatin/Infodatin-2020-Diabetes-Melitus.pdf>
- [3] [3] Irwansyah. 2021. “Identifikasi Keterkaitan Lifestyle Dengan Risiko Diabetes Melitus”. JIKSH: Jurnal Ilmiah Kesehatan Sandi Husada. Makassar: Fakultas Keperawatan dan Kebidanan Universitas Megarezky Vol 10 No 1, h. 63
- [4] [4] Ekawati, Aminah dan Lina Aryati. 2011. “Model NonLinear Penyakit Diabetes”. Jurnal Matematika Murni dan Terapan: Universitas Gadjah Mada. Vol. 5 No. 1.
- [5] [5] Abraham dan San, R. 2015. “Analisis Model Matematika Model Penyebaran Penyakit Diabetes Dengan Faktor Genetik”. Jurnal SAINS, Vol 15. No. 1.
- [6] [6] Kaya, Karlina dkk. 2021. “Model Matematika Pada Penyakit Diabetes Melitus Dengan Faktor Genetik dan Faktor Sosial”. JOMTA Journal of Mathematic: Theory and Applcations Vol 3. No 1.
- [7] [7] Pusat Data dan Informasi Kemenkes RI. 2019. “Hari Diabetes Sedunia Tahun 2018”. Available:<https://pusdatin.kemkes.go.id/download.php?file=download/pusdatin/infodatin/infodatin-Diabetes-2018.pdf>.
- [8] [8] Murtafi’ah, Wasilatul dan Davi Apriandi. 2018. “Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya”. Madiun: UNIPMA PRESS, h. 4
- [9] [9] Triatmodjo, Bambang. 2002.” Metode Numerik”. Yogyakarta: Beta Offset, h. 1&2.
- [10] [10] Munir, R. 2010. “Metode Numerik”. Bandung: Informatika, h. 146.
- [11] [11] Eziokwu, C. Emmanuel, dkk. 2020. On Review of the Convergence Analyses of the Runge-Kutta Fixed Point Iterative Methods. Asian Journal of Pure and Applied Mathematics. Vol.2 No.1, h. 12.
- [12] [12] Lestri, Enda Hesti, dkk. 2017. ”Analisis Kestabilan Model $SEIIT$ (Susceptible – Exposed – ILL – ILL with treatment”. Jurnal Matematika: Universitas Negeri Yogyakarta Vol 6 No 4.