

Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Metode Runge Kutta Orde Lima (Studi Kasus: Kabupaten Gowa)

Alda

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, aldaamir3112@gmail.com

Risnawati Ibtnas

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, risnawati.ibnas@uin-alauddin.ac.id

Muh. Irwan

Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, muhirwan@uin-alauddin.ac.id

ABSTRAK, Penelitian ini mengkaji tentang solusi numerik model penyebaran penyakit Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) di Kabupaten Gowa dengan menggunakan metode Runge Kutta orde lima. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan model penyebaran penyakit ISPA dan untuk memperoleh nilai dari solusi numerik model penyebaran penyakit ISPA di Kabupaten Gowa dengan menggunakan metode Runge Kutta orde lima. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model SEIR digunakan untuk menggambarkan penyebaran penyakit ISPA. Berdasarkan model tersebut, diperoleh hasil perhitungan menggunakan metode Runge Kutta orde lima untuk bulan pertama dengan $\Delta t = 0,01$ bulan yaitu populasi individu yang rentan (S) sebanyak 70.497 jiwa, populasi individu bergejala (E) sebanyak 8.827 jiwa, populasi individu terinfeksi (I) sebanyak 7.164 jiwa, populasi individu sembuh (R) sebanyak 7.169 jiwa.

Kata Kunci: Runge Kutta Orde 5, Model SEIR, Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA)

1. PENDAHULUAN

Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) merupakan permasalahan kesehatan yang umum terjadi pada anak-anak, berpotensi menyebabkan kecacatan dan menjadi salah satu penyebab kematian pada bayi dan balita. Hal ini terjadi karena sistem kekebalan tubuhnya masih dalam proses berkembang dalam melawan penyakit infeksi. Secara umum ISPA dapat disebabkan oleh berbagai mikroorganisme, seperti virus, bakteri dan jamur. Gejala penyakit ISPA yang umum muncul meliputi batuk, demam, pilek, nyeri tenggorokan dan juga kesulitan bernapas.

Prevalensi ISPA tahun 2018 di Sulawesi Selatan paling tinggi pada kelompok usia 1-4 tahun yang lebih banyak dialami oleh laki-laki, dengan presentasi 2,04% laki-laki dan 1,67% Perempuan. Menurut Riskesdas, Gowa merupakan salah satu Kabupaten di Sulawesi Selatan dengan jumlah penderita penyakit ISPA tertinggi [1]. Penyebaran ISPA dapat dimodelkan

secara epidemik yang diselesaikan dengan metode numerik menggunakan metode Runge Kutta.

Metode Runge Kutta merupakan alternatif dari metode deret Taylor yang tidak memerlukan perhitungan turunan. Dalam penelitian ini menggunakan metode Runge Kutta orde lima, metode Runge Kutta orde lima dianggap efektif dalam menyelesaikan masalah numerik karena memiliki tingkat ketelitian yang lebih tinggi. Semakin tinggi orde Runge Kutta, maka semakin tinggi tingkat ketelitiannya.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA)

Istilah ISPA terdiri dari tiga unsur, yaitu:

- Infeksi adalah masuknya kuman atau mikroorganisme ke dalam tubuh manusia serta berkembang biak yang dapat menimbulkan gejala penyakit.
- Saluran pernapasan adalah organ dimulai dari hidung hingga alveoli dan organ adneksanya seperti sinus, rongga telinga tengah dan pleura.
- Infeksi akut adalah infeksi yang berlangsung dalam kurun waktu hingga 14 hari [2].

Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan memuat satu atau lebih variabel tak bebas beserta turunannya terhadap variabel-variabel bebas [3]. Persamaan diferensial diklasifikasikan menjadi dua yaitu:

- Persamaan Diferensial Biasa (PDB), adapun bentuk umumnya

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0 \quad (2.1)$$

b. Persamaan Diferensial Parsial (PDP), adapun bentuk umumnya

$$F \left(\begin{matrix} x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{du}{dx_1}, \frac{du}{dx_2}, \dots, \frac{d^2u}{dx_1 dx_2}, \dots, \\ \frac{d^m u}{dx_1^m}, \dots, \frac{d^m u}{dx_1 dx_2^m}, \dots, \frac{d^m u}{dx_n^m} \end{matrix} \right) = 0 \quad (2.2)$$

Metode Numerik

Metode numerik adalah suatu teknik yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan (arithmetic). Dalam bidang ilmu pengetahuan dan teknologi, permasalahan-permasalahan dapat digambarkan dalam bentuk persamaan matematik, pada umumnya bentuk persamaan sulit diselesaikan secara analitis sehingga penyelesaiannya dilakukan secara numerik. Hasil dari penyelesaian numeris merupakan nilai perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian analitis atau eksak, biasanya terdapat kesalahan terhadap nilai eksak yang harus cukup kecil terhadap tingkat kesalahan yang ditentukan.

Metode numerik melibatkan beberapa jenis proses perhitungan untuk menyelesaikan berbagai jenis persamaan matematis dengan waktu komputasi yang paling efisien. Operasi hitungan dilakukan dengan iterasi dalam jumlah yang sangat banyak dan berulang-ulang. Oleh karena itu, diperlukan bantuan komputer untuk melaksanakan operasi hitungan tersebut [4].

Metode Runge Kutta Orde 5

Metode Runge-Kutta orde lima memiliki bentuk persamaan sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{90}(7k_1 + 32k_3 + 12k_4 + 32k_5 + 7k_6)\Delta t \quad (2.3)$$

Dengan:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{4}\Delta t, y_i + \frac{1}{4}k_1\Delta t\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{4}\Delta t, y_i + \frac{1}{8}k_1\Delta t + \frac{1}{8}k_2\Delta t\right)$$

$$k_4 = f\left(x_i + \frac{1}{2}\Delta t, y_i - \frac{1}{2}k_2\Delta t + k_3\Delta t\right)$$

$$k_5 = f\left(x_i + \frac{3}{4}\Delta t, y_i - \frac{3}{16}k_1\Delta t + \frac{9}{16}k_4\Delta t\right)$$

$$k_6 = f\left(x_i + \Delta t, y_i - \frac{3}{7}k_1\Delta t + \frac{2}{7}k_2\Delta t + \frac{12}{7}k_3\Delta t - \frac{12}{7}k_4\Delta t + \frac{8}{7}k_5\Delta t\right)$$

Keterangan:

y_i : Nilai sebelumnya

y_{i+1} : Nilai selanjutnya dengan ukuran langkah Δt

Δt : Ukuran langkah

Galat

Penyelesaian Numerik akan memberikan solusi perkiraan yang mendekati nilai sebenarnya dengan cara analitik. Seberapa dekat nilai hampiran dengan solusi sebenarnya ini dihitung dengan galat atau seberapa besar kesalahan yang didapat dari selisih nilai hampiran dengan nilai eksak. Secara umum galat terbagi dua yaitu galat pemotongan (*Truncation error*) dan galat pembulatan (*Round-off error*) [5].

Model Penyebaran Penyakit ISPA

Model matematika pada penyebaran penyakit ISPA menggunakan model SEIR yang terdiri atas 4 kompartemen yaitu kompartemen *Susceptible* (S), kompartemen *Exposed* (E), kompartemen *Infectious* (I), kompartemen *Recovered* (R). Adapun asumsi-asumsi yang digunakan adalah:

1. Populasi penduduk tertutup artinya ukuran populasi konstan atau tidak terdapat perubahan jumlah penduduk akibat kelahiran maupun kematian.
2. Kelompok *Susceptible* diasumsikan mencakup semua balita yang baru lahir.
3. Kelompok *Susceptible* akan mengalami penambahan karena terjadinya kelahiran individu baru.
4. Penularan penyakit terjadi ketika terdapat kontak langsung antara kelompok *Susceptible* dengan kelompok *Infectious*.
5. Jika ada individu dalam kelompok *Susceptible* yang menunjukkan gejala terjangkit maka akan diklasifikasikan kedalam kelompok *Exposed*.
6. Kelompok *Exposed* akan dikategorikan sebagai kelompok *Infectious* jika individu tersebut telah terinfeksi.

7. Kelompok *Infectious* memiliki potensi untuk menyebarkan penyakit kepada individu lain.
8. Individu yang sembuh dari kelompok *Infectious* akan diklasifikasikan ke dalam kelompok *Recovered*.
9. Individu yang berada dalam kelompok *Recovered* memiliki kekebalan tubuh sementara dan dapat diklasifikasikan kembali ke dalam kelompok *Susceptible*.
10. Kelompok *Susceptible*, *Exposed*, *Infectious* dan *Recovered* semua dapat mengalami kematian alami. Namun, pada kelompok *Infectious* terdapat juga kemungkinan kematian karena penyakit.

3. METODOLOGI

Jenis Penelitian ini adalah penelitian terapan yang digunakan untuk mengkaji penyakit ISPA menggunakan metode Runge Kutta orde lima, dengan jenis data adalah data sekunder dan sumber data adalah Dinas Kesehatan Kabupaten Gowa dan Badan Pusat Statistik Kabupaten Gowa.

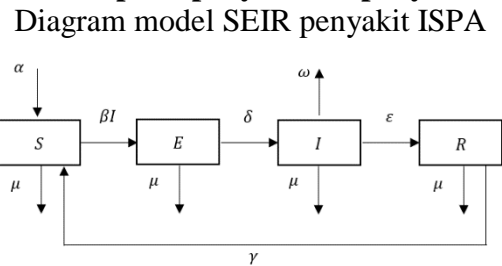
Prosedur Penelitian

Adapun prosedur penelitian pada penelitian ini adalah:

1. Memodelkan penyebaran penyakit ISPA di Kabupaten Gowa. Adapun Langkah-langkahnya sebagai berikut:
 - a. Mengambil data sekunder yang berkaitan dengan model matematika penyakit ISPA.
 - b. Menentukan model matematika.
 - c. Menentukan nilai awal dan parameter yang akan digunakan.
2. Mengetahui solusi numerik model penyakit ISPA menggunakan Runge Kutta orde lima dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Melakukan diskritisasi model matematika penyakit ISPA menggunakan Runge Kutta orde lima.
 - b. Mengulangi iterasi sampai penyelesaian konvergen.
 - c. Interpretasi hasil.
 - d. Menarik kesimpulan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model SEIR pada penyebaran penyakit ISPA



Gambar 4.1. Diagram alur model penyebaran penyakit ISPA

Model matematika yang terbentuk adalah:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha + \gamma R - (\beta I + \mu)S$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - (\delta + \mu)E$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E - (\epsilon + \mu + \omega)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \epsilon I - (\gamma + \mu)R$$

Variabel dan Parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Variabel dan Parameter

Variabel	Keterangan
S	Jumlah individu yang rentan
E	Jumlah individu yang menunjukkan gejala terjangkit
I	Jumlah individu yang telah terinfeksi
R	Jumlah individu yang sembuh
α	Laju kelahiran
β	Laju individu rentan menjadi individu exposed
δ	Laju individu yang terinfeksi
μ	Laju kematian alami
ω	Laju kematian karena penyakit
ε	Laju kesembuhan
γ	Laju penurunan kekebalan tubuh setelah sembuh

Nilai Awal dan Nilai Parameter Model SEIR

Nilai awal untuk setiap variabel sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai Awal Variabel

Variabel	Nilai
S	0,7526829
E	0,0943203

I	0,0764984
R	0,0764984

Adapun nilai parameter sebagai berikut:

Parameter	Nilai
α	0,011098
β	0,0104427
μ	0,001179
δ	0,071429
ω	0
ϵ	0,083333
γ	0,0111111

Solusi Numerik Model SEIR Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Metode Runge Kutta Orde Lima

Setelah mensubstitusi nilai parameter ke dalam persamaan, selanjutnya adalah melakukan iterasi menggunakan nilai awal yang telah ditentukan.

Pada proses iterasi digunakan interval waktu atau ukuran Langkah yang telah ditentukan yaitu 0,01. Diperoleh penyelesaian numerik model penyebaran penyakit ISPA dengan rumus metode Runge Kutta orde Lima dimana nilai dari setiap fungsi evaluasi adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_1 &: 0,010459 & l_1 &: -0,006247 \\
 k_2 &: 0,010459 & l_2 &: -0,006246 \\
 k_3 &: 0,010459 & l_3 &: -0,006246 \\
 k_4 &: 0,010459 & l_4 &: -0,006244 \\
 k_5 &: 0,010459 & l_5 &: -0,006245 \\
 k_6 &: 0,011099 & l_6 &: -0,006242
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_1 &: 0,000272 & n_1 &: 0,005435 \\
 m_2 &: 0,000271 & n_2 &: 0,005434 \\
 m_3 &: 0,000271 & n_3 &: 0,005434 \\
 m_4 &: 0,000269 & n_4 &: 0,005434 \\
 m_5 &: 0,000270 & n_5 &: 0,005434 \\
 m_6 &: 0,000267 & n_6 &: 0,005434
 \end{aligned}$$

Kemudian mensubstitusikan nilai dari fungsi evaluasi ke dalam persamaan metode Runge Kutta orde Lima maka akan diperoleh hasil dari solusi numerik model penyebaran penyakit ISPA menggunakan metode RK5 sebagai berikut:

$$S_{0+1} = S_0 + \frac{1}{90}(7k_1 + 32k_3 + 12k_4 + 32k_5 + 7k_6)\Delta t$$

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 0,7526829 + \frac{1}{90}((7(0,010459) + 32(0,010459) + 12(0,010459) + 32(0,010459) + 7(0,011099))0,01 \\
 &= 0,752787 \\
 E_{0+1} &= S_0 + \frac{1}{90}(7l_1 + 32l_3 + 12l_4 + 32l_5 + 7l_6)\Delta t \\
 E_1 &= 0,0943203 + \frac{1}{90}(7(-0,006247) + 32(-0,006246) + 12(-0,006244) + 32(-0,006245) + 7(-0,006242))0,01 \\
 &= 0,094257 \\
 I_{0+1} &= I_0 + \frac{1}{90}(7m_1 + 32m_3 + 12m_4 + 32m_5 + 7m_6)\Delta t \\
 I_1 &= 0,0764984 + \frac{1}{90}(7(0,000272) + 32(0,000271) + 12(0,000269) + 32(0,000270) + 7(0,000267))0,01 \\
 &= 0,076500 \\
 R_{0+1} &= R_0 + \frac{1}{90}(7n_1 + 32n_3 + 12n_4 + 32n_5 + 7n_6)\Delta t \\
 R_1 &= 0,0764984 + \frac{1}{90}(7(0,005435) + 32(0,005434) + 12(0,005434) + 32(0,005434) + 7(0,005434))0,01 \\
 &= 0,076552
 \end{aligned}$$

Kemudian untuk iterasi selanjutnya dilakukan hal yang sama hingga iterasi ke-1000 atau akan memprediksi laju untuk 10 bulan kedepan dengan menggunakan program R-Studio.

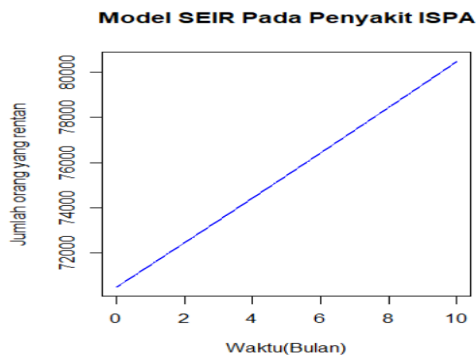
Tabel 4.4 Hasil Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Metode Runge Kutta Orde 5

t (Bulan)	Variabel			
	S	E	I	R
0	0,752683	0,094320	0,076498	0,076498
0,01	0,752787	0,094257	0,076500	0,076552
0,02	0,752892	0,094195	0,076502	0,076607
0,03	0,752996	0,094133	0,076504	0,076661
0,04	0,753101	0,094070	0,076505	0,076716
0,05	0,753205	0,094008	0,076507	0,076770
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9,95	0,858858	0,050060	0,064434	0,123924
9,96	0,858867	0,050029	0,064414	0,123963

t (Bulan)	Variabel			
	S	E	I	R
9,97	0,859076	0,049998	0,064395	0,124001
9,98	0,859185	0,049968	0,064375	0,124039
9,99	0,859294	0,049937	0,064356	0,124078
10,00	0,859402	0,049907	0,064337	0,124116

Grafik untuk hasil iterasi solusi numerik menggunakan metode runge-kutta orde 5 pada model penyebaran penyakit ISPA untuk setiap kompartemen menggunakan program R-Studio, akan ditunjukkan pada grafik sebagai berikut:

Hasil iterasi untuk jumlah individu rentan (S) akan ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 4.2.

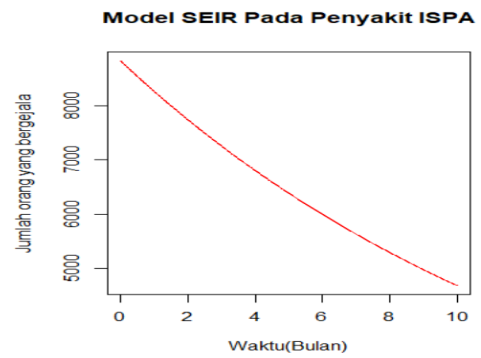


Gambar 4.2 Jumlah Penyebaran *Susceptible* Penyakit ISPA

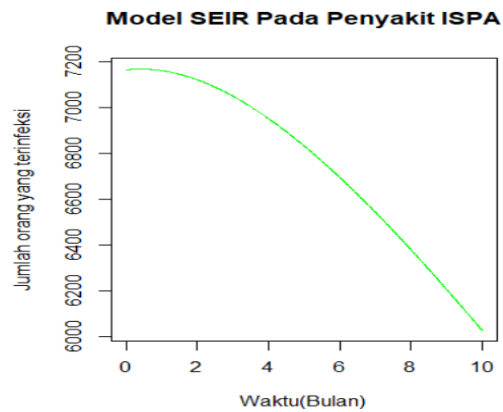
Pada Gambar 2. menunjukkan bahwa terjadi peningkatan pada bulan pertama sampai bulan berikutnya karena adanya laju kelahiran dan laju penurunan kekebalan setelah sembuh menyebabkan individu menjadi rentan terinfeksi kembali. Adapun perkiraan jumlah populasi *Susceptible* pada 10 bulan ke depan senilai 80.482 jiwa.

Selanjutnya hasil iterasi untuk individu yang menunjukkan gejala terjangkit (E) ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 4.3.

Pada Gambar 3. menunjukkan bahwa terjadi peningkatan akibat adanya penambahan dari laju perpindahan *Susceptible* ke *Exposed*, namun pada bulan selanjutnya hingga bulan ke-10 mengalami penurunan sampai seterusnya. Adapun perkiraan jumlah populasi *Exposed* pada 10 bulan ke depan senilai 4.673 jiwa. Selanjutnya hasil iterasi untuk individu yang terinfeksi (I) ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 4.4



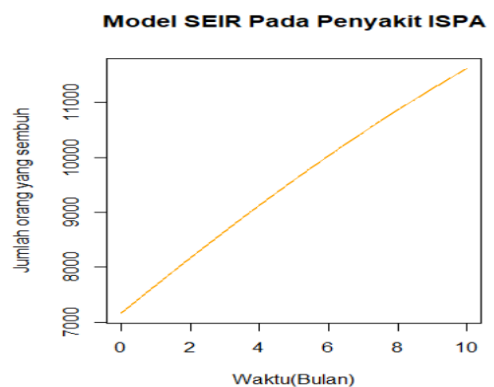
Gambar 4.3 Jumlah Penyebaran *Exposed* Penyakit ISPA



Gambar 4.4 Jumlah Penyebaran *Infectious* Penyakit ISPA

Pada gambar 4.4 menunjukkan bahwa bulan pertama merupakan populasi tertinggi yang mengalami peningkatan disebabkan oleh besarnya jumlah individu rentan dan individu bergejala yang terinfeksi ISPA. Namun pada bulan berikutnya mengalami penurunan hingga seterusnya. Adapun jumlah populasi *Infectious* pada 10 bulan ke depan adalah 6.025 jiwa.

Selanjutnya hasil iterasi untuk individu yang telah sembuh (R) ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Jumlah Penyebaran *Recovered* Penyakit ISPA

Pada Gambar 5. menunjukkan terjadi kenaikan dari populasi awal sampai seterusnya, karena besarnya jumlah individu yang sembuh setelah terinfeksi penyakit ISPA. Adapun perkiraan jumlah populasi *Recovered* pada 10 bulan kedepan senilai 11.623 jiwa.

5. KESIMPULAN

Adapun kesimpulan dari hasil penelitian berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan sebelumnya adalah sebagai berikut:

1. Model SEIR pada penyebaran penyakit ISPA di Kabupaten Gowa:

$$\frac{dS}{dt} = 0,011098 + 0,0111111R - ((0,0104427I) + 0,001179)S$$

$$\frac{dE}{dt} = 0,0104427SI - (0,071429 + 0,001179)E$$

$$\frac{dI}{dt} = 0,071429E - (0,083333 + 0,001179 + 0)I$$

$$\frac{dR}{dt} = 0,083333I - (0,0111111 + 0,001179)R$$

2. Adapun solusi numerik model SEIR pada penyebaran penyakit ISPA menggunakan metode Runge Kutta orde 5 dengan ukuran langkah $\Delta t = 0,01$ didapatkan untuk $t = 0,01$ bulan yaitu individu rentan (S_1) = $0,752787 \times 93.649 = 70.497$ jiwa, individu yang bergejala (E_1) = $0,094257 \times 93.649 = 8.827$ jiwa, individu yang terinfeksi (I_1) = $0,076500 \times 93.649 = 7.164$ jiwa, dan individu yang sembuh (R_1) = $0,076552 \times 93.649 = 7.169$ jiwa. Selanjutnya mengulangi iterasi hingga iterasi ke-1000 atau prediksi untuk 10 bulan kedepan, diperoleh hasil yaitu individu yang rentan (S_{1000}) = $0,859402 \times 93.649 = 80.482$ jiwa, individu yang bergejala (E_{1000}) = $0,049907 \times 93.649 = 4.673$ jiwa, individu yang terinfeksi (I_{1000}) = $0,064337 \times 93.649 = 6.025$ jiwa, dan individu yang sembuh (R_{1000}) = $0,124116 \times 93.649 = 11.623$ jiwa.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Kementrian Kesehatan RI. "Laporan Provinsi Sulawesi Selatan Riskesdas 2018". Jakarta: Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan, 2019.
- [2] Hersoni, Soni. "Pengaruh Pemberian Air Susu Ibu (ASI) Eksklusif Terhadap Kejadian Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) pada Bayi Usia 6-12 Bulan di RAB RSUD dr. Soekardjo Kota Tasikmalaya" *Jurnal Kesehatan Bakti Tunas Husada: Jurnal Ilmu Keperawatan, Analisis Kesehatan dan Farmasi*. Vol. 19., No. 1., 96-97, 2019.
- [3] Lumbantoruan, Jitu Halomoan. "Buku Materi Pembelajaran Persamaan Diferensial". Jakarta: Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Kristen Indonesia, 2-3, 2019.
- [4] Triatmodjo, Bambang. "Metode Numerik". Yogyakarta: Beta Offset, 1, 2010.
- [5] Mayanti, Suci. "Penyelesaian Persamaan Diferensial Orde-3 dengan Metode Runge-Kutta Orde 4". Other Thesis, Universitas Islam Riau, 2021.