APLIKASI INVERS MATRIKS DALAM PEMBENTUKAN PESAN RAHASIA

Syafruddin Side dan Syahrana *
Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Makassar
Email : *syafruddinside@yahoo.com*

***Abstract** : One thing that can be improved its implementation in Linear Algebra is Invers Matrix. Two Matrix is invers if two square matrix have same order, matrix A and B that fulfill the characteristic AB=BA=I, matrix B iscalled multiplication invers from matrix A and it is notated with A-1, just the opposite, matrix A is called multiplication invers from B that is notated with B-1. This research purpose is to know employing invers matrix in making secret message by using matrix adjoin to determine invers from a matrix and employing softwareMicrosoft Visual Basic 6.0 in making message. The steps of employing matrix invers in making secret message are: (1) determining transformation matrix P,(2) secret message is notated in matrix, (3) multiplying matrix P and Q with the result PQ, (4) matrix PQ is changed into text message with modulus operation (5) to know sense of the message, the receiver multiplies P-1and matrix PQ with the result the same initial code. When the initial code is same it means that the sense of the message is known by the receiver. The conclusion of the research are; (1) matrix invers by using matrix adjoin is easier than using other method because mathematics operation in involving simple operations, in despite of carefulness is needed. (2) employing invers matrix in making secret message is more efficient by using softwareMicrosoft Visual Basic 6.0.*

***Keywords**: Modulus Operation, Adjoin, Invers Matrix, Secret Message*

I. PENDAHULUAN

Aljabar linier adalah bagian matematika yang mempelajari sistem persamaan linier dan solusinya, vektor, maupun transformasi linier. Suatu hal yang sangat penting dalam aljabar linier khususnya matriks.Salah satu hal yang dapat dikembangan implementasinya dari matriks misalnya mencari invers dan penerapan invers matriks tersebut dalam kehidupan sehari-hari.Dua matriks persegi berordo sama, matriks *A* dan *B* yang memenuhi sifat *AB=BA=I,* dikatakan dua matriks yang saling invers. matriks *B* disebut invers perkalian dari matriks A dan dinotasikan dengan A^{-1}. Sebaliknya, matriks A disebut invers perkalian dari matriks B dinotasikan dengan B^{-1} (Sriyanto,Supatmon, C, 2008:179). Salah satu metode yang digunakan untuk mencari invers dari suatu matriks yaitu dengan menggunakan matriks adjoin yang merupakan matriks transpos dari mariks kofaktor yang elemen-elemennya merupakan nilai determinan dengan baris ke-*I* dan kolom ke-*j* dihilangkan.

Dalam paper ini, invers dari suatu matriks digunakan dalam pembentukan pesan rahasia, dimana pesan rahasia yang dikirimkan ke orang lain berupa abjad/huruf, tanpa spasi, tanpa tanda baca dan simbol-simbol lainnya. Pesan rahasia tersebut diubah dalam bentuk matriks, sehingga peranan invers dalam hal ini sangat penting karena digunakan untuk mengetahui pesan yang dimaksud oleh pengirim pesan.Penelitian-penelitian sebelumnya yang terkait dengan invers matriks yaitu membahas tentang penentuan invers matriks dengan metode dekomposisi adomian(Kurniati, E.2010) yang bertujuan untuk mencari invers suatu matriks dengan menggunakan sistem iterasi. Penelitian lain yaitu (Adriansyah, S. 2013) yang membahas tentang pemanfaatan invers matriks tergeneralisasi dalam penyandian dan penerjemahan pesan dengan menggunakan bahasa pemrograman *pascal*. Pada penelitian ini, penulis mengkombinasikan kedua rujukan ini dalam menentukan invers matriks menggunakan adjoin dan menggunakan invers matriks tersebut dalam masalah pembentukan pesan rahasia dengan *software visual basic 6.0*.

II. KAJIAN PUSTAKA

A. Matriks

Matriks adalah himpunan skalar yang disusun secara empat persegi panjang menurut baris dan kolom. Skalar-skalar tersebut disebut dengan elemen matriks. Untuk batasnya, biasanya digunakan: ( ), [ ], atau || ||. (Sutojo, T,dkk, 2010:80)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \qquad (1)$$

Susunan (1) disebut sebuah matriks m kali n (ditulis $m \times n$) karena memiliki m baris dan n kolom. (Setiadji, 2008: 59)

B. Determinan

Determinan adalah nilai skalar yang terkandung dari suatu matriks persegi yang ditulis dengan simboldet (A) atau $|A|$. Jika nilai determinan itu nol, matriks persegi tersebut singular, artinya tidak memiliki invers. Jika nilai determinan suatu matriks tidak nol, berarti matriks A tersebut nonsingular, yaitu matriks tersebut, yaitu matriks tersebut mempunyai invers. (Tung, Y.K, 2008:166)

C. Invers Matriks

Dua matriks persegi berordo sama, matriks*A*dan *B* yang memenuhi sifat *AB*=*BA*=*I*, dikatakan dua matriks yang saling invers. matriks *B* disebut invers perkalian dari matriks *A* dan dinotasikan denganA^{-1}. Sebaliknya, matriks*A* disebut invers perkalian dari matriks *B* dinotasikan dengan B^{-1}. (Sriyanto, Supatmon, C, 2008:179). Sebelum menentukan invers matriks, terlebih dahulu perlu dipahami mengenai cara menentukan adjoin dari suatu matriks yaitu:

1. **Adjoin matriks 2 x 2**

Untuk menentukan adjoin dari matriks yang memiliki ordo 2×2 dapat dilakukan dengan menukar elemen pada diagonal utama, sedangkan diagonal lainnya dikalikan dengan (-1). (Afriyanti, D,Gustanti, D, 2008:86-87)

2. **Adjoin matriks 3 x 3**

Adjoin merupakan transpose dari matriks kofaktor. Untuk menentukan adjoin dari matriks ordo 3×3 tidak sama seperti matriks ordo 2×2. Terlebih dahulu harus ditentukan minor dan kofaktornya. Minor adalah determinan yang diperoleh dari suatu matriks setelah menghilangkan baris dan kolom yang mengandung elemen yang ditanyakan.

Definisi 2.1. Minor dari matriks A_{ij} adalah $\det(A_{ij})$ dan kofaktornya adalah $(-1)^{i+j}\det(A_{ij})$. Di sini A_{ij}adalah matriks A dengan elemen-elemen baris ke-i dan elemen-elemen kolom ke-j dibuang. (Sutojo,dkk, 2010:130)

D. Operasi Modulus

Operasi modulus adalah sebuah operasi yang menghasilkan sisa pembagian dari suatu bilangan terhadap bilangan lainnya. Operasi ini umumnya dilambangkan dengan simbol mod atau modulo. Misalkan dua bilangan *a* dan *b*, *a*modulo*b* (disingkat *a* mod *b*) adalah bilangan bulat sisa pembagian *a* oleh *b*. Operasi modulus tersebut digunakan untuk menerjemahkan pesan yang akan dikirimkan ke si penerima agar angka-angka yang dihasilkan berada dalam ruang lingkup aturan pengkodean pesan yang telah disepakati antara si penerima dan si pengirim pesan.

III. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur. Pendalaman konsep suatu dalil dengan mengumpulkan literatur-literatur yang berhubungan dengan konsep tersebut dengan menggunakan jenis penelitian dasar/murni.

A. Hasil dan Pembahasan

Pembahasan pada paper ini fokus pada kasus matriks berorde 5×5 dalam pembentukan pesan rahasia yaitu:

Bila ada sebuah matriks $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}$. untuk menentukan invers dari matriks A tersebut, disajikan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan minor dari matriks *A* yang merupakan nilai determinan dari baris ke-*i* dan kolom ke-*j* dihilangkan. Jika baris ke-*1* dan kolom ke-*1* dari matriks tersebut dihilangkan, maka akan diperoleh matriks baru berordo 4×4 selanjutnya, jika baris ke-*1* dan kolom ke-*1* dari matriks baru tersebut dihilangkan, maka akan diperoleh matriks berordo 3×3 kemudian, jika baris ke-*1* dan kolom ke-*1* dari matriks berordo 3×3 tersebut dihilangkan, maka akan diperoleh matriks berordo 2×2 dan minor dari matriks *A* tersebut dilambangkan dengan M_{11}.

a. Minor dari a_{11} yaitu $|M_{11}| = + \begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}$

Untuk menentukan $|M_{11}|$, maka

$$|M_{11}| = + \left[+a_{22} \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} - a_{23} \begin{bmatrix} a_{32} & a_{34} & a_{35} \\ a_{42} & a_{44} & a_{45} \\ a_{52} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. + a_{24} \begin{bmatrix} a_{32} & a_{33} & a_{35} \\ a_{42} & a_{43} & a_{45} \\ a_{52} & a_{53} & a_{55} \end{bmatrix} - a_{25} \begin{bmatrix} a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{52} & a_{53} & a_{54} \end{bmatrix} \right]$$

$$|M_{11}| = + \left[+a_{22} \left[+a_{33} \begin{bmatrix} a_{44} & a_{45} \\ a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} - a_{34} \begin{bmatrix} a_{43} & a_{45} \\ a_{53} & a_{55} \end{bmatrix} + a_{35} \begin{bmatrix} a_{43} & a_{44} \\ a_{53} & a_{54} \end{bmatrix} \right] - \right.$$

$$a_{23} \left[+a_{32} \begin{bmatrix} a_{44} & a_{45} \\ a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} - a_{34} \begin{bmatrix} a_{42} & a_{45} \\ a_{52} & a_{55} \end{bmatrix} + a_{35} \begin{bmatrix} a_{42} & a_{44} \\ a_{52} & a_{54} \end{bmatrix} \right] +$$

$$u_{24}\left[+a_{32}\begin{bmatrix}u_{43} & u_{45}\\ a_{53} & u_{55}\end{bmatrix}-u_{33}\begin{bmatrix}u_{42} & u_{45}\\ a_{52} & u_{55}\end{bmatrix}+u_{35}\begin{bmatrix}u_{42} & u_{43}\\ a_{52} & u_{53}\end{bmatrix}\right]-$$

$$u_{25}\left[+a_{32}\begin{bmatrix}u_{43} & u_{44}\\ a_{53} & u_{54}\end{bmatrix}-u_{33}\begin{bmatrix}u_{42} & u_{44}\\ a_{52} & u_{54}\end{bmatrix}+u_{34}\begin{bmatrix}u_{42} & u_{43}\\ a_{52} & u_{53}\end{bmatrix}\right]\Bigg]$$

$$=+[+a_{22}[+a_{33}(a_{44}a_{55}-u_{45}a_{54})-u_{34}(a_{43}u_{55}-u_{45}u_{53})+u_{35}(a_{43}u_{54}-u_{44}u_{53})]-u_{23}[+a_{32}(a_{44}a_{55}-u_{45}u_{54})-u_{34}$$
$$(a_{42}u_{55}-u_{45}u_{52})+u_{35}(a_{42}u_{54}-u_{44}u_{52})]+u_{24}[+a_{32}(a_{43}u_{55}-u_{45}u_{53})-$$
$$u_{33}(a_{42}u_{55}-u_{45}u_{52})+u_{35}(a_{42}u_{53}-u_{43}u_{52})-u_{25}[+a_{32}(a_{43}u_{54}-u_{44}u_{53})$$
$$-u_{33}(a_{42}u_{54}-u_{44}u_{52})+u_{34}(a_{42}u_{53}-u_{43}u_{52})]]]$$

Dengan cara yang sama diperoleh $|M_{12}|$, $|M_{13}|$, $|M_{14}|$, $|M_{15}|$, $|M_{21}|$, ..., $|M_{25}|$, $|M_{31}|$,..., $|M_{35}|$, $|M_{41}|$,..., $|M_{45}|$, dan $|M_{51}|$,..., $|M_{55}|$,

2. Menentukan kofaktor matriks *A* yang entri-entrinya merupakan hasil perkalian elemen minor dengan $(-1)^{i+j}$

Kofaktor matriks $A=\begin{bmatrix}|M_{11}| & |M_{12}| & |M_{13}| & |M_{14}| & |M_{15}|\\ |M_{21}| & |M_{22}| & |M_{23}| & |M_{24}| & |M_{25}|\\ |M_{31}| & |M_{32}| & |M_{33}| & |M_{34}| & |M_{35}|\\ |M_{41}| & |M_{42}| & |M_{43}| & |M_{44}| & |M_{45}|\\ |M_{51}| & |M_{52}| & |M_{53}| & |M_{54}| & |M_{55}|\end{bmatrix}$ (4.6)

$|M_{11}|=$ Determinan matriks *A* dengan entri-entri baris ke-*1* dan entri-entri kolom ke-*1* dihilangkan

$|M_{12}|=$ Determinan matriks *A* dengan entri-entri baris ke-*1* dan entri-entri kolom ke-*2* dihilangkan, dan seterusnya hingga

$|M_{55}|=$ Determinan matriks *A* dengan entri-entri baris ke-*5* dan entri-entri kolom ke-*5* dihilangkan

3. Menentukan matriks adjoin *A.* Jika kofaktor dari matriks *A* ditransposkan, maka diperoleh matriks baru yang disebut sebagai adjoin *A* dan ditulis sebagai berikut:

$$Adj\ (A)=\begin{bmatrix}|M_{11}| & |M_{21}| & |M_{31}| & |M_{41}| & |M_{51}|\\ |M_{12}| & |M_{22}| & |M_{32}| & |M_{42}| & |M_{52}|\\ |M_{13}| & |M_{23}| & |M_{33}| & |M_{43}| & |M_{53}|\\ |M_{14}| & |M_{24}| & |M_{34}| & |M_{44}| & |M_{54}|\\ |M_{15}| & |M_{25}| & |M_{35}| & |M_{45}| & |M_{55}|\end{bmatrix}$$

(4.7)

4. Menentukan invers matriks *A* dengan rumus $A^{-1}=\frac{1}{\det(A)}Adj\ (A)$

Langkah-langkah di atas digunakan untuk menentukan invers matriks yang akan diterapkan dalam masalah pengiriman pesan rahasia pada matriks 5×5.

B. Aplikasi Matriks untuk Pengiriman Pesan Rahasia

Misalkan kata JURUSANMATEMATIKAFMIPAUNM akan dikirimkan ke orang lain, maka langkah-langkah yang disajikan adalah:

1. Diberikan matriks transformasi sebut $P_5 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$
2. Kata tersebut dinotasikan dalam bentuk matriks sebut

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 1 & 5 & 11 & 16 \\ 21 & 14 & 13 & 1 & 1 \\ 18 & 13 & 1 & 6 & 21 \\ 21 & 1 & 20 & 13 & 14 \\ 19 & 20 & 9 & 9 & 13 \end{bmatrix}$$

3. Mengalikan matriks P_5 dan Q sehingga diperoleh matriks baru

$$P_5Q = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 5 & 11 & 16 \\ 21 & 14 & 13 & 1 & 1 \\ 18 & 13 & 1 & 6 & 21 \\ 21 & 1 & 20 & 13 & 14 \\ 19 & 20 & 9 & 9 & 13 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan (2.2) diperoleh $P_5Q = \begin{bmatrix} 206 & 150 & 102 & 75 & 127 \\ 231 & 125 & 96 & 119 & 224 \\ 237 & 93 & 136 & 121 & 200 \\ 219 & 93 & 128 & 103 & 166 \\ 212 & 88 & 140 & 111 & 153 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 206 \bmod 27 & 150 \bmod 27 & 102 \bmod 27 & 75 \bmod 27 & 127 \bmod 27 \\ 231 \bmod 27 & 125 \bmod 27 & 96 \bmod 27 & 119 \bmod 27 & 224 \bmod 27 \\ 237 \bmod 27 & 93 \bmod 27 & 136 \bmod 27 & 121 \bmod 27 & 200 \bmod 27 \\ 219 \bmod 27 & 93 \bmod 27 & 128 \bmod 27 & 103 \bmod 27 & 166 \bmod 27 \\ 212 \bmod 27 & 88 \bmod 27 & 140 \bmod 27 & 111 \bmod 27 & 153 \bmod 27 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 17 & 15 & 21 & 21 & 19 \\ 15 & 17 & 15 & 11 & 8 \\ 21 & 12 & 1 & 13 & 11 \\ 3 & 12 & 20 & 22 & 4 \\ 23 & 7 & 5 & 3 & 18 \end{bmatrix}$$

4. Berdasarkan aturan pengkodean, maka pesan yang dikirimkan ke penerima yaitu QOUCWOQLLGUOATEUKMVCSHKDR
5. Untuk mengetahui isi pesan tersebut, si penerima harus mengalikan ${P_5}^{-1}$ dengan P_5Q sehingga diperoleh kode awal yang sama yang artinya pesan terpecahkan.

$${P_5}^{-1} = \frac{1}{det\ P_5} Adj\ P_5$$

$$det\ P_5 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = -218$$

Selanjutnya, adjoin dari matriks P_5 terlebih dahulu ditentukan minor dan kofaktor dari P_5 dengan cara berikut:

Minor dari a_{11} yaitu $|M_{11}| = +\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Untukmenentukan $|M_{11}|$, dapatdilakukansepanjangbarispertama

$$|M_{11}| = +\left[+1\begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} - 5\begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \right] = 39$$

Dengan cara yang sama diperoleh $|M_{12}| = -5$, $|M_{13}| = -9$, $|M_{14}| = 4$,
$|M_{15}| = -57$, $|M_{21}| = -50$, $|M_{22}| = 12$, $|M_{23}| = -22$, $|M_{24}| = 34$, $|M_{25}| = 6$,
$|M_{31}| = 65$, $|M_{32}| = 137$, $|M_{33}| = -15$, $|M_{34}| = -66$, $|M_{35}| = -95$,
$|M_{41}| = -11$, $|M_{42}| = -211$, $|M_{43}| = -31$, $|M_{44}| = 38$, $|M_{45}| = 167$,
$|M_{51}| = -55$, $|M_{52}| = 35$, $|M_{53}| = 63$, $|M_{54}| = -28$, $|M_{55}| = -37$.

Berdasarkan nilai-nilai yang diperoleh dari a_{11} sampai a_{55}, diperoleh matriks kofaktor $P_5 = \begin{bmatrix} 39 & -5 & -9 & 4 & -57 \\ -50 & 12 & -22 & 34 & 6 \\ 65 & 137 & -15 & -66 & -95 \\ -11 & -211 & -31 & 38 & -167 \\ -55 & 35 & 63 & -28 & -37 \end{bmatrix}$. Adjoin P_5 diperoleh dengan menukar baris menjadi kolom sehingga baris pada matriks kofaktor akan menjadi kolom pada matriks adjoin sehingga diperoleh matriks adjoin P_5 sebagai berikut:

$P_5 = \begin{bmatrix} 39 & -50 & 65 & -11 & -55 \\ -5 & 12 & 137 & -211 & 35 \\ -9 & -22 & -15 & -31 & 63 \\ 4 & 34 & -66 & 38 & -28 \\ -57 & 6 & -95 & 167 & -37 \end{bmatrix}$. Sehingga invers dari matriks

$$P_5^{-1} = \frac{1}{\det(P_5)} Adj(P_5)$$

$$P_5^{-1} = \frac{1}{-218}\begin{bmatrix} 39 & -50 & 65 & -11 & -55 \\ -5 & 12 & 137 & -211 & 35 \\ -9 & -22 & -15 & -31 & 63 \\ 4 & 34 & -66 & 38 & -28 \\ -57 & 6 & -95 & 167 & -37 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{39}{-218} & \frac{-50}{-218} & \frac{65}{-218} & \frac{-11}{-218} & \frac{-55}{-218} \\ \frac{-5}{-218} & \frac{12}{-218} & \frac{137}{-218} & \frac{-211}{-218} & \frac{35}{-218} \\ \frac{-9}{-218} & \frac{-22}{-218} & \frac{-15}{-218} & \frac{-31}{-218} & \frac{63}{-218} \\ \frac{4}{-218} & \frac{34}{-218} & \frac{-66}{-218} & \frac{38}{-218} & \frac{-28}{-218} \\ \frac{-57}{-218} & \frac{6}{-218} & \frac{-95}{-218} & \frac{167}{-218} & \frac{-37}{-218} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0{,}1789 & 0{,}2294 & -0{,}2982 & 0{,}0505 & 0{,}2523 \\ 0{,}0229 & -0{,}0550 & -0{,}6284 & 0{,}9679 & -0{,}1606 \\ 0{,}0413 & 0{,}1009 & 0{,}0688 & 0{,}1422 & -0{,}2890 \\ -0{,}0183 & -0{,}1560 & 0{,}3028 & -0{,}1743 & 0{,}1284 \\ 0{,}2615 & -0{,}0275 & 0{,}4358 & 0{,}7661 & 0{,}1697 \end{bmatrix}$$

Untuk memecahkan pesan rahasia yang dikirimkan si pengirim, maka P_5^{-1} dikalikan dengan P_5Q sehingga diperoleh :

$$P_5^{-1}(PQ)$$

$$= \begin{bmatrix} -0{,}1789 & 0{,}2294 & -0{,}2982 & 0{,}0505 & 0{,}2523 \\ 0{,}0229 & -0{,}0550 & -0{,}6284 & 0{,}9679 & -0{,}1606 \\ 0{,}0413 & 0{,}1009 & 0{,}0688 & 0{,}1422 & -0{,}2890 \\ -0{,}0183 & -0{,}1560 & 0{,}3028 & -0{,}1743 & 0{,}1284 \\ 0{,}2615 & -0{,}0275 & 0{,}4358 & 0{,}7661 & 0{,}1697 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 206 & 150 & 102 & 75 & 127 \\ 231 & 125 & 96 & 119 & 224 \\ 237 & 93 & 136 & 121 & 200 \\ 219 & 93 & 128 & 103 & 166 \\ 212 & 88 & 140 & 111 & 153 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & 1 & 5 & 11 & 16 \\ 21 & 14 & 13 & 1 & 1 \\ 18 & 13 & 1 & 6 & 21 \\ 21 & 1 & 20 & 13 & 14 \\ 19 & 20 & 9 & 9 & 13 \end{bmatrix}$$

Hasil yang diperoleh sama dengan kode awal artinya pesan terpecahkan.

C. Penerapan Invers Matriks dalam Pembentukan Pesan Rahasia dengan *Visual Basic*

*Visual basic 6.0*lebih efisien digunakan dalam masalah pembentukan pesan rahasia yang melibatkan invers matriks. Adapun tampilan awal dari *form visual basic 6.0* sebelum proses pengiriman pesan rahasia dilakukan yaitu pada gambar 1 berikut:

Gambar1:*form*awal invers matriksdalampembentukanpesanrahasia

Pada gambar 1 di atas, matrikstransformasi P ditentukan terlebih dahulu untuk selanjutnya dicari inversnya dengan menggunakan adjoin. Masukkan pesan asli yang akan dikirimkan ke orang lain pada *textbox* “PESAN ASLI” sepertipadagambar 2 berikut:

Gambar 2:*Form* input pesanteksasli

Pesan teks asli yang dimasukkan dalam *textbox* “PESAN ASLI” berupa huruf capital tanpa tanda baca, tanpa spasi ataupun simbol-simbol lainnya. Maksimal huruf dalam pesan asliyaitu 100 huruf, jikahuruf yang dimasukkan > 100 maka akanmunculpesanperingatansepertigambar 3 berikut:

Gambar 3: *Form* jika huruf yang diinput > 100

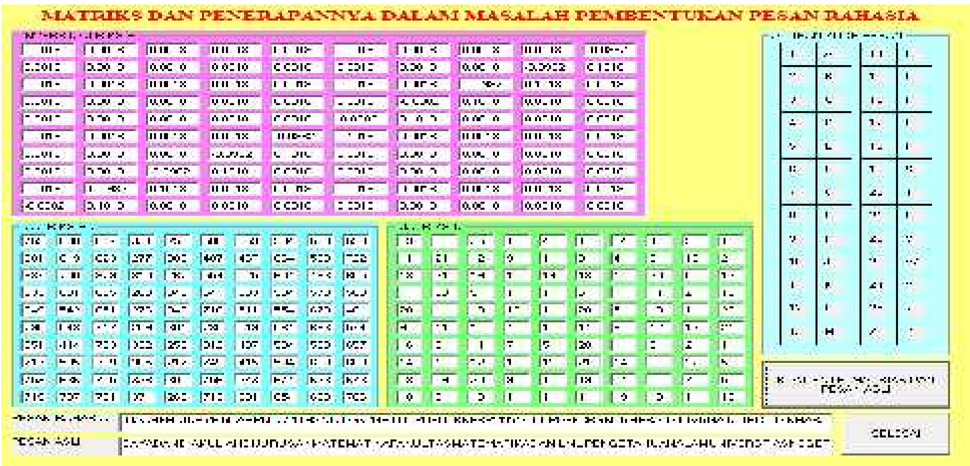
Setelah pesan teks asli di input, klik "BUAT ENTRI MATRIKS DAN PESAN RAHASIA" maka entri-entri dari matris$Q$ akan terisi huruf sesuai dengan aturan pengkodean pesan yang telah dibuat sebelumnya, begitupun dengan matriks PQ. Pada *frame* "MATRIKS KODE" berisi kode-kode yang akan disesuaikan dengan huruf-huruf yang akan dikirimkan kepada si penerima pesan dan pada *textbox* "PESAN RAHASIA" muncul huruf-huruf yang akan dikirimkan ke si penerima seperti pada gambar4 berikut:

Gambar 4: *Form*buatentrimatriksdanpesanrahasia

Setelah pesan rahasia pada *textbox* muncul, klik “KIRIM PESAN”, maka pesan tersebut akan dikirim ke si penerima. Pada *form* penerima terdapat frame “INVERS MATRIKS P” , “PESAN RAHASIA” dan “MATRIKS PQ” . Pada*frame* “MATRIKS P” berisi textbox-textbox yang masih kosong begitupun pada textbox “PESAN ASLI” seperti pada gambar 5 berikut:

Gambar 5: *Form* penerima pesan

Untuk mengetahui isi dari pesan tersebut, maka invers matriks P dikalikan dengan matriks PQ, atau klik *command button* “BUAT ENTRI MATRIKS DAN PESAN ASLI, maka *textbox-textbox* pada *frame* MATRIKS Q” akan terisi kode yang sama dengan kode awal dan pada *textbox* “PESAN ASLI” akan muncul pesan yang sebenarnya lalu klik “SELESAI” seperti pada gambar6 berikut:



Gambar 6: *Form* buat entrimatriks dan pesan asli

KESIMPULAN

Penyelesaian invers matriks dengan menggunakan adjoin lebih mudah sebab operasi matriks yang terkait didalamnya melibatkan operasi-operasi matriks sederhana seperti penjumlahan matriks, perkalian dengan skalar, maupun operasi matriks lainnya. Adapun penggunaan invers matriks dalam pembentukan pesan rahasia lebih efisien jika menggunakan *software visual basic 6.0.*

DAFTAR RUJUKAN

Adriansyah, S. 2013. *Penerapan Matriks Invers Tergeneralisasi pada Sandi Hill.* Universitas Negeri Makassar: Makassar

Afriyanti, D, Gustanti, D. 2008. *Matematika untuk SMA Kelompok Teknologi, Kesehatan dan Pertanian.* Grafindo Media Pratama: Bandung

Anonim, http://id.wikipedia.org/wiki/Operasi_modulus. [Diakses tanggal 11 Februari 2014]

Anton, H, Rorres, C. 2004. *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi (Edisi ke delapan -jilid 1).* Erlangga: Jakarta

Asneindra, M. http://www.scribd.com/doc/186834940/ALJABAR-MATRIKS. [Diakses tanggal 25 November 2013]

Chiang, C.A, Wainwright. 2006. *Dasar-dasar Matematika Ekonomi Edisi 4.* Erlangga: Jakarta

Fandi Suhariyadi. 2011. *Matriks Invers.* http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&cad=rja&ved=0CEIQFjAD&url=http%3A%2F%2Fandisuhariyadi.dosen.narotama.ac.id%2Ffiles%2F2011%2F09%2FPERTEMUAN-8-9-bab5-matriks_invers.pdf&ei=_c_dUtS8JonLrQfm4oDAAw&usg=AFQjCNHA9yNbDbBfWme360m_7PrpCMCX3A&sig2=CZo6qkFdtoeUUOZJNztlXw&bvm=bv.59568121,d.bmk.[Diakses tanggal 21 Januari 2014]

Indriani, G. 2007. *Think Smart Matematika*. Grafindo Media Pratama: Bandung

Kanginan, M.2006.*Matematika*.Grafindo Media Pratama:Bandung Kurniati, E. 2010. *Menentukan Invers Matriks dengan Metode Dekomposisi Adomian*.

Universitas Negeri Maulana Malik Ibrahim: Malang http://www.lib.uin-malang.ac.id/files/thesis/fullchapter/06510040.pdf.[Diakses tanggal 2 Oktober 2013]

Lipschutz, S, Lipson, M. 2006. *Aljabar Linear*. Erlangga: Jakarta

Listya, D.T, Herawati. 2007. *Matematika*. Grafindo Media Pratama: Bandung

Marsigit, Himmawati, Karyati, Sugiman. 2008. *Matematika*. Quadra: Jakarta

Ningroem, N.T.N. 2010. *Matriks*. Universitas Brawijaya: Kediri

Pangestu, W.D.http://www.scribd.com/doc/110383742/Bab-I-Pengenalan-Visual-BASIC. [Diaksestanggal 29 November 2013]

Riwayati, E.H, Markonah.2008. *Matematika Ekonomi Bisnis.* PT Grasindo: Jakarta

Setiadji. 2008. *Aljabar Linear*. Grahailmu: Yogyakarta

Sriyanto, Supatmon, C.2008. *Siap Menghadapi Ujian Nasional SMA/MA 2009.* Grasindo: Jakarta

Sutojo, T, Bowo, Erna, Astuti, S, Rahayu, Y & Mulyanto, E. 2010. *Teori dan Aplikasi Aljabar Linier & Matriks dengan Implementasi Aljabar Linier & Matriks Menggunakan Matlab*. CV Andi offset: Yogyakarta

Tung, Y.K. 2008. *Kumpulan Rumus Lengkap Matematika.* PT Grasindo: Jakarta