ANALISIS *DIGRAPH* DARI TABEL *CAYLEY* GRUP DIHEDRAL

Wahyuni Abidin
Dosen Pada Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Alauddin Makassar

Abstract: *Graph theory is a part of mathematics, in which there are explanations of digraphs. This research, purposed to show a table based on Cayley digraphs depiction dihedral group. A digraph can be described from a group, one of which is the operation of the Cayley table of the dihedral group. Dihedral group is the group of the set of symmetries n-terms of regular, denoted D2n, for each positive integer n, n ≥ 3. This, the dihedral group will be divided into two subsets, namely:*

1. x = {1, r, r^2 ,... r^{-1} } or known with subsets rotation;
2. v = {s, sr, sr^2 ,... sr^{n-1} } or known with subsets reflection.

Based on the analysis of this research showed that, to obtain a connected digraphs, the depiction of these digraphs, dihedral group can be formed on the element generator, generator (r, s), and the generator (s, sr) to form a composite image with elements digraphs elements x and y. on the operation of the Cayley table dihedral group, which contained depictions digrap shekel same cannot be combined. From the results of the operation of the rotation and reflection on the dihedral group D6 Cayley table which is a group of abstract forms, latin squares, which can be described by a digraph elements of the generator it.

Keyword*: Eulerian digraph, Hamilton digraph, Cayley Table, Dihedral group, Reflection, Rotation.*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan penelaah tentang bilangan-bilangan, bentuk-bentuk dan lambang-lambang. Berkaitan dengan definisi tersebut, matematika seringkali dibagi menjadi tiga cabang, yaitu aljabar, analisis dan geometri. Aljabar membahas tentang bilangan dan pengabstrakannya, analisis membahas kekonvergenan dan limit, sedangkan geometri membahas tentang bentuk dan konsep-konsep yang berkaitan dengan matematika itu sendiri. Dengan demikian, sebagai pengarah dalam penelitian ini, akan digunakan sebagai momen atau sarana untuk mengembangkan dan memperluas pengetahuan tentang ilmu yang telah diperoleh, baik sebagai bahan pustaka, pembelajaran, dibidang ilmu matematika, khususnya yang berkaitan denga metode graf maupun grup. Pada perkembangan selanjutnya, cabang matematika menjadi semakin banyak dan salah satunya adalah teori graf. Teori graf dalam perkembangannya dapat disejajarkan dengan aljabar yang lebih dahulu berkembang. Graf merupakan suatu himpunan tak kosong dari elemen-elemen yang disebut titik dan himpunan sisi yang menghubungkan titik-titik tersebut. Gambaran dari graph adalah dengan menyatakan objek dengan titik atau *vertex*, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau *edge*.

Graf digunakan untuk menggambarkan objek-objek diskrit sehingga dapat menghubungkan antara objek- objek tersebut. (I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya* (Penerbit Unesa University Press – 2007), h. 1).

Penggunaan istilah dalam teori graf belum sepenuhnya bersifat baku. Misalkan untuk menyatakan suatu titik digunakan istilah *node*, dan untuk menyatakan suatu sisi digunakan istilah sisi atau garis. Istilah-istilah dalam teori graf dapat diterima jika digunakan secara konsisten. Teori graf mempunyai banyak manfaat, karena teori-teorinya terdapat diterapkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya yang tidak diperlukan. Kesederhanaan bahasannya menyebabkan teori graf dapat diaplikasikan ke dalam beberapa bidang ilmu.

Teori graf dapat diaplikasikan dalam bidang kimia, biologi, ilmu sosial, musik dan masih banyak bidang ilmu yang lain. Teori graf juga dapat diaplikasikan pada beberapa cabang ilmu matematika yang lain, salah satunya adalah aplikasi teori graf pada aljabar abstrak khususnya yang berkaitan dengan grup. Dalam pembahasan teori graf menjelaskan suatu graf berarah (*digraph*) yang dapat digambarkan dari suatu grup berdasarkan tabel Cayley, sehingga dalam tabel tersebut akan dibahas tentang grup dihedral D_6 . Oleh karena itu, teori graf menurut definisinya adalah himpunan tidak kosong yang memuat elemen-elemen yang disebut titik, dan suatu daftar pasangan tidak terurut elemen itu yang disebut sisi.

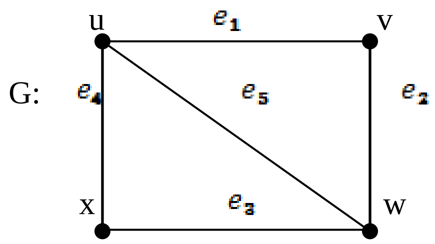
Penulis karya ilmiah ini bertujuan untuk menunjukkan penggambaran *digraph*, berdasarkan pengoperasian Tabel *Cayley* grup dihedral.

DEFINISI GRAPH

Sebuah graf *G* adalah berisikan dua himpunan yaitu himpunan berhingga tidak kosong *V(G)* dari objek-objek yang disebut titik dan himpunan berhingga (mungkin kosong) *E(G)* yang elemen-elemennya disebut sisi sedemikian hingga setiap elemen e dalam *E(G)* merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik *V(G)*. Himpunan *V(G)* disebut himpunan titik G, dan himpunan *E(G)* disebut himpunan sisi G. (I Ketut Budayasa, *Teori Graph dan Aplikasinya* (Penerbit: Unesa University Press-2007), h. 1 – 2.). Sebuah graf G dapat dipresentasikan dalam bentuk diagram (gambar) dimana setiap titik G digambarkan dengan sebuah *noktah* dan setiap sisi yang menghubungkan dua titik di G digambarkan dengan sebuah *kurva sederhana (ruas garis)* dengan titik-titik akhir disebuah titik tersebuat.

Misalkan Graf G dengan V(G) = {u, v, w, x} dan E(G) = { e_1 , e_2 , e_3 , e_4 , e_5 } dimana e_1 = uv, e_2 = vw, e_3 = wx, e_4 = ux, e_5 = uw, dapat dipresentasikan dalam bentuk diagram. seperti tampak pada Gambar 2.1

Contoh

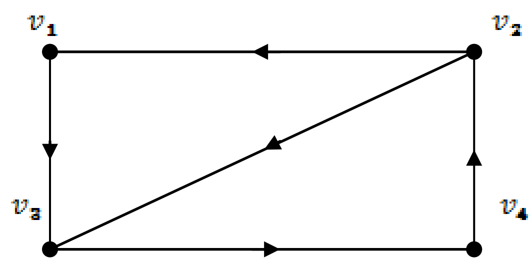


Gambar 2.1 Graf G dengan 4 titik dan 5 sisi.

DIGRAPH

Sebuah graf berarah D adalah suatu graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. (Rinaldi Munir, *Matematika Diskrit Edisi ketiga* (Penerbit Impormatika Bandung, 2009), Copyright 2005, h. 358.). Jika sebuah titik v_1 dan v_2 adalah dua titik pada graf berarah D dan *e* = (v_1, v_2) sebuah sisi D, maka *e* disebut sisi-keluar dari titik v_1 dan *e* disebut sisi menuju titik v_2. Untuk efesiensi sisi *e* = (v_1, v_2) sering dirulis (*i*, *j*).

Contoh :
Pada *digraph* H = (V(H), *Γ*(H)) dengan V(H) = { v_1, v_2, v_3, v_4, } dan *Γ*(H) = { v_1, v_2, v_3, v_4 } dan *Γ*(H) = {(v_1,v_3), (v_3,v_4), (v_4,v_2), (v_2,v_1), (v_2,v_3)} dapat dipresentasikan seperti tampak pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 H *digraph* terhubung

Konsep *jalan, jejak, lintasan, sirkuit, dan sikel* serupa dengan konsep *jalan, jejek, lintasan, sirkuit, dan sikel* pada graf tak berarah hanya saja sisi pada graf diganti dengan sisi pada graf berarah. Misalnya, pada Gambar *digraph* H v_3 = (v_2 , v_3 , v_4 , v_2 ,) adalah sikel berarah dengan panjang 3 pada graf berarah D. Sikel v_4 pada gambar H = (v_1 , v_3 , v_4 , v_2 , v_1 ,) memuat semua titik H, maka v_4 pada gambar H adalah sebuah sikel berarah- Hamilton pada gambar berarah H. Dengan demikian, H adalah digraph Hamilton.

GRUP

Suatu grupoida (G,*****) dengan operasi biner ***** membentuk suatu grup jika dan hanya jika memenuhi sifat-sifat berikut:

1. Operasi ***** pada G bersifat *asosiatif* ; yaitu untuk setiap a, b, c, $\in$ G berlaku (a ***** b) ***** c = a ***** (b ***** c).
2. G terhadap operasi biner * mempunyai *elemen identitas*, yaitu ada i $\in$ G sedemikian sehingga a ***** i = i ***** a = a untuk setiap a $\in$ G.
3. Setiap elemen G, mempunyai invers terhadap operasi biner ***** dalam G yaitu untuk setiap a $\in$ G ada a^{-1} $\in$ G sedemikian hingga a ***** a^{-1} = a^{-1} ***** a = i, i adalah elemen identitas dari G.

(Suharti Soebagio A. dan Sukirman *Materi pokok Struktur Aljabar* (Jakarta, Universitas Terbuka, Dekdigbud 1993), h. 142.). Dari definisi tersebut, mengaitkan grup dengan grupoida, yang berarti sudah memenuhi sifat tertutup. Dengan perkataan lain suatu grup adalah gupoida yang memenuhi sifat asosiatif, mempunyai elemen identitas dan setiap anggotanya mempunyai invers. Apabila dikaitkan dengan semigrup dan monoida, akan menjadi sebagai berikut: Grup adalah semigrup yang mempunyai elemen identitas dan setiap anggotanya mempunyai invers.

Contoh :

Himpunan bilangan bulat B = {…,-2, -1, 0, 1, 2,…} terhadap operasi biner penjumlahan.

a. Sifat tertutup dipenuhi, yaitu penjumlahan bilangan bulat menghasilkan bilangan bulat.
b. Sifat asosiatif dipenuhi yaitu penjumlahan bilangan-bilangan bulat bersifat asosiatif.
c. B terhadap operasi + mempunyai elemen identitas yaitu 0, sebab untuk setiap a $\in$ B maka a + 0 = 0 + a = a.
d. Setiap anggota B mempunyai invers terhadap operasi +, yaitu setiap a $\in$ B ada a^{-1} = -a $\in$ B sehingga a + (-a) = (-a) + a = 0.

Jadi B dengan operasi + merupakan suatu grup dan ditulis (B; +) suatu grup.

e. Sifat komutatif dipenuhi pula, yaitu untuk setiap a, b $\in$ B maka a + b = b + a. Jadi (B, +) grup komutatif.

TABEL *CAYLEY*

Tabel *Cayley*, adalah merupakan salah satu cara untuk mendefinisikan operasi biner pada himpunan, khususnya himpunan berhingga. (Suharti Soebagio A. dan Sukirman *Materi pokok Struktur Aljabar* (Jakarta, Universitas Terbuka, Dekdigbud 1993), h. 111-112). Apabila G = {i, a, b, c, …} dengan i, a, b … elemen yang tidak didefinisikan pada objek tertentu dan dilengkapi oleh suatu operasi biner *, yang memenuhi semua sifat grup, maka (G,*) adalah grup abstrak. Grup ini merupakan pola bagi grup lainnya, dan abstrak dari elemen-elemen dan operasi tertentu. Elaman identitas dalam grup abstrak tersebut dinyatakan dengan i. Operasi biner pada grup abstrak didefinisikan dengan Tabel *Cayley*.

Contoh :

Misalkan Sifat-sifat grup dapat dilihat dalam Tabel dengan cara sebagai berikut:

a. Jika dalam kolom semua elemen adalah anggota G maka (G,*) memenuhi sifat tertutup.
b. Sifat asosiatif dapat dicoba satu per satu.
c. Baris dan kolom yang urutan anggotanya sama dengan urutan baris dan kolom paling luar menunjukkan elemen identitas yaitu i.
d. Apabila i muncul pada baris dan kolom yang sama berarti anggota tersebut mempunyai invers dirinya sendiri. Jadi invers i adalah i dan invers a adalah a. Apabila i muncul pada baris ke-2 kolom ke-3 dan muncul pula pada baris ke-3 klom ke-2 maka kedua anggota tersebut saling invers. Jadi $\mathbf{b^{-1}}$ = c dan $\mathbf{c^{-1}}$ = b. Apabila tidak demikian berarti anggota tersebut tidak mempunyai invers.
e. Persamaan a x = b mempunyai penyelesaian tunggal apabila setiap baris dalam kotak semua anggota berlainan. Persamaan y a = b mempunyai penyelesain tunggal apabila setiap kolom dalam kotak semua anggota berlainan.
f. Apabila letak anggota dalam kotak simetris terdapat diagonal utama maka sifat komutatif dipenuhi.

Apabila G = {i, a, b, c, d}, (G, *) disebut grup abstrak ordo 5. dengan operasi biner * dalam table *Caylay* adalah sebagai berikut:

Tabel 2.1 Tabel *Cayley* (G,*) grup.

*	i	a	b	c	d
i	i	a	b	c	d
a	a	b	c	d	i
b	*b*	*c*	*d*	*i*	*a*
c	c	d	i	a	b
d	d	i	a	b	c

Pada Tabel tersebut, setiap anggota hanya muncul satu kali pada tiap baris dan tiap kolom dan memenuhi sifat grup.

GRUP DIHEDRAL

Grup dihedral adalah grup dari himpunan simetri-simetri dari segi-*n* beraturan, dinotasikan D_{2n}, untuk setiap $n \in$ N, $n \geq 3$. Dengan operasi komposisi " * " yang memenuhi aksioma-aksioma grup. (Grup_dihedral http://anrusmath. files.pdf (15 Januari 2012)).

Sifat-sifat pada grup dihedral-2_n berlaku:

a. 1, *r*, r^2,…, r^{n-1} semua berbeda dan r^n = 1 sehingga |*r*| = *n*
b. |*s*| = 2
c. $s \neq r^i$ untuk sebarang *i*.
d. $sr^i \neq sr^j$ untuk semua $0 \leq i, j \leq n-1$ dengan $i \neq j$, sehingga D_{2n} = { 1, *r*, r^2,…, r^{n-1}, *s*, *sr*, sr^2,…, sr^{n-1} }, yaitu, tiap-tiap elemen dapat di tulis

secara tunggal dengan bentuk $s^k\ r^i$ untuk setiap k = 0 atau 1 dan 0 = $\leq\ i\ \leq$ n – 1.

e. rs = sr^{-1}.

f. $r^i s$ = sr^{-i}, untuk semua 0 $\leq\ i\ \leq\ n$.

FUNGSI PEMBANGKIT

Misalkan *G* suatu grup dan misalkan *A* subset dari *G* dengan *A* adalah himpunan berhingga {a_1, a_2,…, a_n} akan ditulis (a_1, a_2,…, a_n) dari sehingga untuk grup yang di bangkitkan oleh a_1, a_2,…, a_n, maka *A* disebut generator (pembangkit).

Contoh :
Diberikan S adalah generator dengan S = (*r*, *s*). Maka S adalah subset dari D_6. Tunjukkan bahwa D_6 dapat dibangkitkan oleh S dengan operasi komposisi *.
Jawab:
D_6 adalah himpunan simetri-simetri dari segitiga yaitu {1, *r*, r^2, *s*, *sr*, sr^2}. Maka akan ditunjukkan D_6 dapat dibangkitkan oleh S = (*r*, *s*).

1. $r * r = r^2$
2. $r^2 * r = 1$
3. $1 * r = r$
4. $r * s = sr^2$
5. . $r^2 * s = sr$
6. $1 * s = s$

Dari hasil generator S = (*r*, *s*) yang dioperasikan dengan komposisi * maka diperoleh {1, *r*, r^2, *s*, *sr*, sr^2}. Jadi D_6 dapat dibangkitkan oleh S = (*r*, *s*).

PROSEDUR PENELITIAN

Adapun Langkah-langkah dalam menunjukkan *digraph* yang digambarkan berdasarkan Tabel *Cayley* grup dihedral D_6 adalah sebagai berikut:

a. Menggambarkan setiap elemen dari grup dihedral D_6 sebagai titik dan sisi pada *digraph*, dengan cara memperhatikan operasinya, yaitu jika *a*, *b*, *c* $\in D_{2n}$, maka: *a* * *b* = *c*, yaitu *a*: adalah elaman yang mengoperasikan, *b*: elemen yang dioperasikan, dan *c*: adalah elemen hasil operasi.
b. Pada penggambaran *digraph* maka *a* dan *c* digambarkan sebagai titik, sedangkan *b* digambarkan sebagai sisi berarah dari *a* ke *c*, kemudian digabungkan dua *digraph* masing-masing pasangan, elemen *x* denga *y* pada fungsi pembangkit generator S = (*r*, *s*), dengan fungsi keanggotaan *r* * D_6 dan *s* D_6, untuk memperoleh suatu *digraph* terhubung.
c. Pada penggambaran *digraph*, elemen yang terdapat Sikel yang sama maka *digraph* tersebut tidak termasuk suatu *digraph* terhubung, penggambaran tersebut tidak digabungkan.

HASIL PENELITIAN

Tabel *Cayley* dengan operasi grup dihedral D_6 dari hasil generator S = (*r*, *s*), yang di operasikan dengan komposisi *, sehingga dapat di peroleh {1, *r*, r^2, *s*, *sr*, sr^2}. Sebagai berikut:

Tabel 2.2. Tabel *Cayley* grup dihedral D_6

*	1	*r*	r^2	*s*	*sr*	sr^2
1	1	*r*	r^2	*s*	*sr*	sr^2
r	*r*	r^2	1	*sr*	sr^2	*s*
r^2	r^2	1	*r*	sr^2	*s*	*sr*
s	*s*	*sr*	sr^2	1	*r*	r^2
sr	*sr*	sr^2	*s*	*r*	r^2	1
sr^2	sr^2	*s*	*sr*	r^2	1	*r*

Berdasarkan hasil penelitian, pada pengoperasian grup dihedral D_6 maka dapat di peroleh suatu gambar *digraph*, yaitu sebagai berikut:

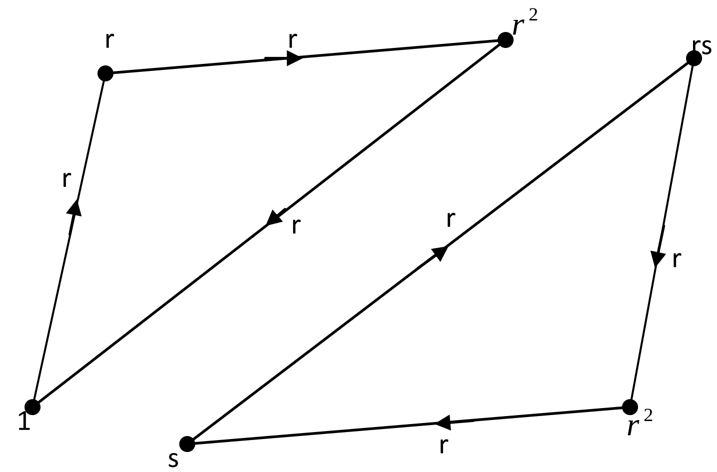
a. *Digraph* grup dihedral D_6 dengan fungsi keanggotaan {*r* * D_6}, pada generator <*r*, *s*>

Misal Γ dinotasikan sebagai grup dehidral D_6 . Di mana grup dehidral D_6 adalah himpunan simetri-simetri dari segi tiga yaitu Γ = {1, *r*, r^2, *s*, *sr*, sr^2}. Untuk pasangan generator yang dapat membangkitkan grup dehidral D_6 diantaranya {*r*, *s*}, {r^2, *sr*}, {*s*, *sr*}, {*s*, sr^2}, akan tetapi dalam pembahasan mengenai Tabel *Cayley* grup dehidral D_6 generator yang dipilih hanya pasangan generator {*r*, *s*}. Pada bagian ini dipilih generator Δ = {*s*, *r*}. Sebagaimana penjelasan sebelumnya himpunan titik dari *digraph* grup dihedral adalah (Γ) D_Δ atau D_{2n} adalah himpunan dari elemen grup Γ. Oleh karena itu (Γ) D_Δ mempunyai order |Γ|, sedangkan *r* dan *s* adalah elemen hasil operasi gabungan dengan anggota dari himpunan Γ. Maka jika 1 dioperasikan dengan *r*, maka hasil operasinya adalah *r*, begitupun dengan pengoperasian yang lain.

Sesuai dengan prosedur penelitian bahwa, hasil operasi pada Tabel *Cayley* grup dihedral D_6 = {1, *r*, r^2, *s*, *sr*, sr^2} maka akan dioperasikan berdasarkan fungsi keanggotaan pada generator S = (*r*, *s*) dimana akan di operasikan dalam bentuk *digraph* terhubung. Hal tersebut dijelaskan bahwa operasi 1 * D_6 tidak digambarkan karena 1 adalah awal dari pengoperasian yang akan di operasikan dari hasil operasi tersebut, adalah sebagai berikut:

1. $1 * r = r$ 4. $s * r = sr$
2. $r * r = r^2$ 5. $sr * r = sr^2$
3. $r^2 * r = 1$ 6. $sr^2 * r = s$

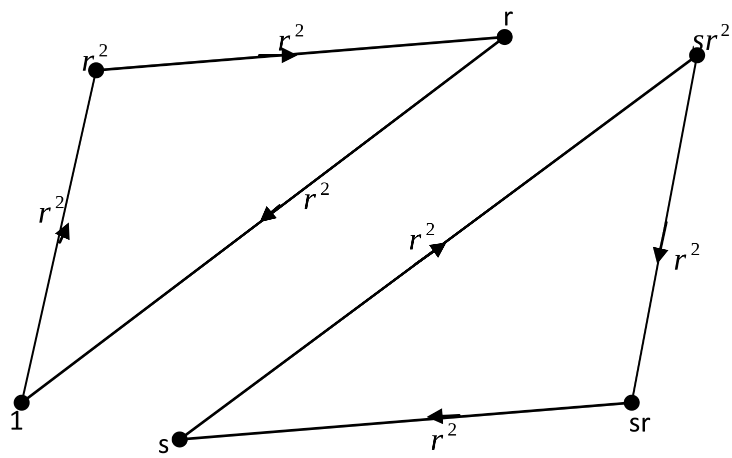
G :



Gambar 4.1 *Digraph* Sikel 3 Hasil operasi $r * D_6$.

1. $1 * r^2 = r^2$ 4. $s * r^2 = sr^2$
2. $r * r^2 = 1$ 5. $sr * r^2 = s$
3. $r^2 * r^2 = r$ 6. $sr^2 * r^2 = sr$

G :



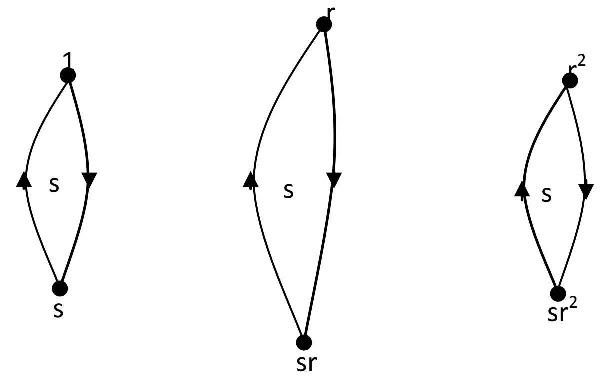
Gambar 4.2 *Digraph* Sikel 3. Hasil operasi $r^2 * D_6$.

Pada Gambar 4.1 *Digraph* G, Sikel 3 Hasil operasi $r * D_6$. Operasi komposisi untuk setiap r, $r^2 \in x$ dengan D_6 menghasilkan suatu *digraph* tak terhubung yang masing-masing memuat *subdigraph* sikel 3. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa, himpunan yang beranggotakan ($1 * r = r$), ($r * r = r^2$), ($r^2 * r = 1$), karena terdapat Sikel 3 pada masing-masing elemen maka pengnggambaran r dengan s terpisah, yaitu beranggotakan ($s * r = sr$), ($sr * r =$

sr^2), (sr^2 * *r* = *s*). Maka hal tersebut tidak boleh di gabungkan karena masing-masing memuat sikel 3. Begitupun dengan Gambar 4.2 *Digraph*, Sikel 3. Hasil operasi r^2 * D_6 .

b. *Digraph* grup dihedral D_6 dengan fungsi keanggotaan {*s* * D_6 }, Pada generator <*s, sr*>
   1. 1 * *s* = *s*
   2. *r* * *s* = *sr*
   3. r^2 * *s* = sr^2
   4. *s* * *s* = 1
   5. *sr* * *s* = *r*
   6. sr^2 * *s* = r^2

G:

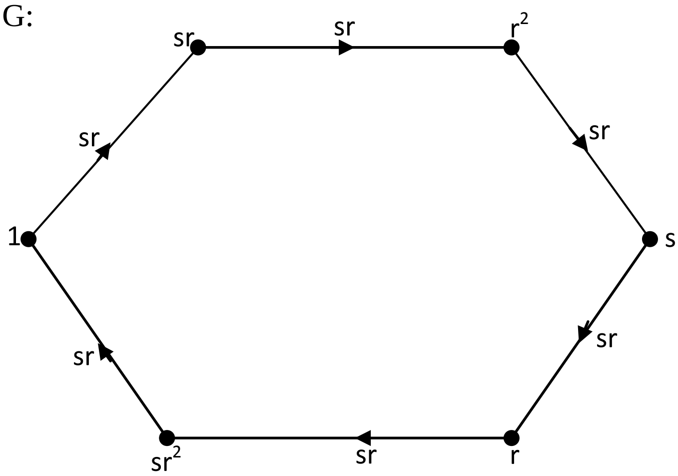


Gambar 4.3 *Digraph* hasil Operasi *s* * D_6

Pada Gambar 4.3 *Digraph* hasil operasi *s* * D_6. Adalah *digraph* beraturan-2 sehingga pada *digraph* tersebut dihubungkan antara sebuah sisi dengan titik pada dirinya sendiri, yaitu *digraph* yang mempunyai sisi rangkap, yang beranggotakan (1 * *s* = *s*), (*r* * *s* = *sr*), (r^2 * *s* = sr^2). Hal tersebut dapat digabungkan dengan elemen *x* karena hasil operasi grup dihedral *s* * D_6 adalah pengoperasian yang memiliki sisi ganda beratutan-2.

1. 1 * *sr* = *sr*
2. *r* * *sr* = sr^2
3. r^2 * *sr* = *s*
4. *s* * *sr* = *r*
5. *sr* * *sr* = r^2
6. sr^2 * *sr* = 1

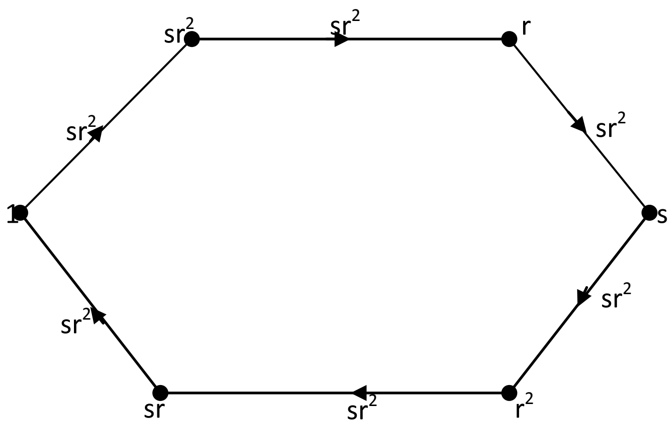
G:



Gambar 4.4 *Digraph* hasil Operasi *sr* * D_6

1. 1 * sr^2 = sr^2
2. r * sr^2 = s
3. r^2 * sr^2 = sr
4. s * sr^2 = r^2
5. sr * sr^2 = 1
6. sr^2 * sr^2 = r

G :



Gambar 4.5 *Digraph* hasil Operasi sr^2 * D_6

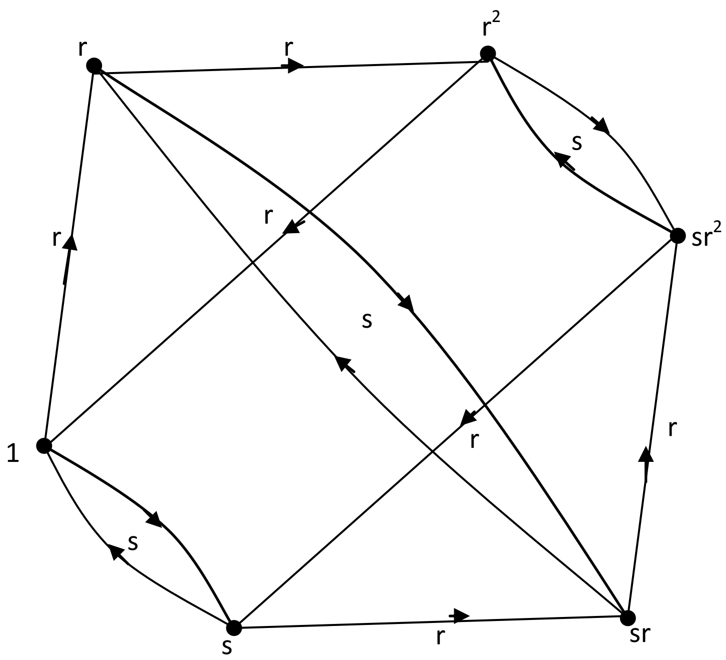
Pada Gambar 4.4 *Digraph* hasil operasi *sr* * D_6, merupakan hasil operasi Trail Euler, sehingga *digraph* tersebut tidak termasuk sifat *digraph* beraturan-2, karena terdapat *digraph* Sikel 3 yang memuat 6 Trail tertutp, maka *digraph* tersebut tidak dapat digabungkan antara *digraph* satu dengan *digraph* yang lain. Karena semua titik dan sisi yang terdapat di dalamnya memuat Sikel, yaitu jika (1 * *sr* = *sr*), (*sr* * *sr* = r^2), (r^2 * *sr* = *s*), (*s* * *sr* = *r*), (*r* * *sr* = sr^2). Begitupun dengan Gambar 4.5 *Digraph* hasil operasi sr^2 * D_6 .

c. Digraph grup dihedral D_6, hasil operasi gabungan *x* dengan *y*

a. $1 * r = r$
b. $r * r = r^2$
c. $r^2 * r = 1$
d. $s * r = sr$
e. $sr * r = sr^2$
f. $sr^2 * r = s$

a. $1 * s = s$
b. $r * s = sr$
c. $r^2 * s = sr^2$
d. $s * s = 1$
e. $sr * s = r$
f. $sr^2 * s = r^2$

G:

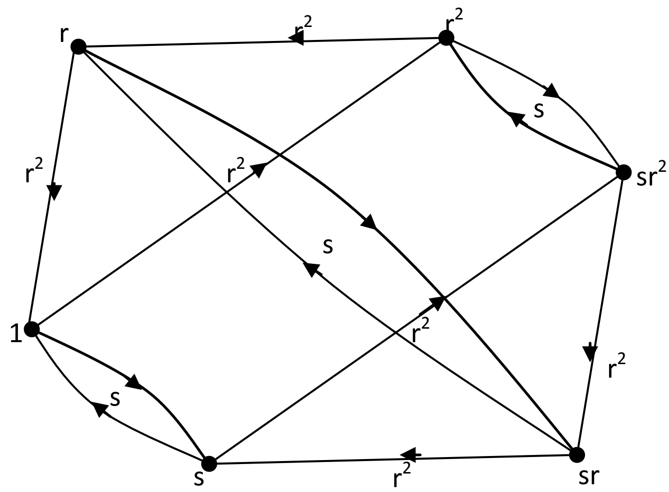


Gambar 4.6 *Digraph* Gabungan. Hasil operasi $r * D_6$ dan $s * D_6$

a. $1 * r^2 = r^2$
b. $r * r^2 = 1$
c. $r^2 * r^2 = r$
d. $s * r^2 = sr^2$
e. $sr * r^2 = s$
f. $sr^2 * r^2 = sr$

a. $1 * s = s$
b. $r * s = sr$
c. $r^2 * s = sr^2$
d. $s * s = 1$
e. $sr * s = r$
f. $sr^2 * s = r^2$

G :



Gambar 4.7 *Digraph* Gabungan. Hasil operasi $r^2 * D_6$. Dan $s * D_6$

Setelah semua hasil operasi tersebut telah digambarkan berdasarkan pengoperasian Tabel *Cayley* grup dihedral D_6 , maka akan digabungkan antara elemen *x* dengan elemen *y* pada masing-masing pasangan *digraph* untuk memperoleh *digraph* terhubung. Pada penggambaran *digraph* tersebut, akan lihat pada Gambar 4.6 *Digraph* gabungan hasil operasi antara elemen $r * D_6$ dengan hasil operasi $s * D_6$ maka terlihat bahwa gambar *digraph* sesuai dengan elemen titik yang telah ditunjukkan berdasarkan pengoperasian Tabel *Cayley* grup dihedral D_6 , kerena terdapat *digraph* Sikel 3 dan *digraph* beratupan-2 yang memiliki sisi rangkap. Begitupun dengan Gambar 4.7 *Digraph* gabungan hasil operasi antara elemen $r^2 * D_6$ dengan hasil operasi $s * D_6$, terdapat *digraph* Sikel 3 dan *digraph* beraturan-2 yang memiliki sisi rangkap, sehingga dapat digabungkan antara *digraph* yang satu dengan *digraph* yang lainNya. Hal tersebut di jelaskan bahwa penggambara *digraph* hasil operasi grup dihedral D_6 adalah pada Gambar 4.6 yaitu ($1 * r = r$) di katakan bahwa elemen hasil operasi terdapat gabungan dengan *s*, yaitu ($r * s = sr$), atau sebaliknya ($sr * s = r$), hal tersebut di jelaskan yang sama dengan gabungan antara ($1 * s = s$), kemudian ($r^2 * s = sr^2$). Begitupun dengan sebaliknya. Hal tersebut sama halnya dengan hasil operasi pada penggabungan penggambaran *digraph* Gambar 4.7. Lain halnya dengan elemen *y* pada hasil pengoperasian sr D_6 dan sr^2 D_6 , dimana hasil pengoperasian ini adalah terdapat Trail Euler, sehingga *digraph* tersebut tidak memenuhi sifat beraturan-2, sehingga terdapat *digraph* Sikel 3 yang memuat 6 Trail tertutup, maka tidak dapat dihubungkan antara *digraph* satu sama lain.

PENUTUP

Berdasarkan hasil penelitian dalam penulisan ini, maka disimpulkan bahwa; pada pengoperasian grup dihedral D_6 , = {1, *r*, r^2 , *s*, *sr*, sr^2 }, *digraph* dapat digambarkan berdasarkan Tabel *Cayley* grup dihedral D_6 , hasil pengoperasian pada Tabel *Cayley* tersebut, terdapat sifat-sifat grup itu sendiri. Di sini grup dihedral akan dibagi menjadi dua himpunan bagian yaitu:

1. $x = \{1, r, r^2, \ldots, r^n\}$ atau yang dikenal dengan himpunan bagian rotasi;
2. $y = \{s, sr, sr^2, \ldots, sr^n\}$ atau yang dikenal dengan himpunan bagian refleksi atau dapat dituliskan sebagai $x \subset D_{2n}$ dan $y \subset D_{2n}$.

Pada penggambaran *digraph* tersebut, grup dihedral dapat dibentuk pada unsur pembangkit, generator <*r, s*>, dan generator <*s, sr*> sehingga terbentuk suatu Gambar gabungan *digraph* dengan elemen *x* dan elemen *y.* Pada pengoperasian Tabel *Cayley* grup dihedral, penggambaran *digraph* yang terdapat Sikel yang sama tidak dapat di gabungkan. Dari hasil pengoperasian rotasi dan refleksi pada grup dihedral D_6 Tabel *Cayley* yang merupakan bentuk grup abstrak, Bujursangkar Latin, sehingga dapat digambarkan suatu *digraph* berdasarkan unsur pembangkit generator tersebut.

DAFTAR RUJUKAN

Budayasa I Ketut,. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Penerbit: Unesa University Press – 2007. Viii, 252 hal.,lllus, 21. (15 – Januari - 2012).

Cayley, Arthur. http://www.. "On the theory of groups, as depending on the symbolic equation $\theta^n = 1$", *Philosophical Magazine*, Vol. 7 (1854), pp. 40–47. Available on-line at Google Books as part of his collected works. (15 – Januari - 2012).

Cayley, Arthur. http://www. "On the Theory of Groups", *American Journal of Mathematics*, Vol. 11, No. 2 (Jan 1889), pp. 139–157. Available on-line at JSTOR.

Darminto Priyo Bambang. *Grup Permutasi, Grup Dihedral.* Diakses Tanggal (13-11-2012).

Davids Dummid, dan Richad M Foote. *Abstrak Al-Gebra*, (Dihedral Group Second Edition lnc),

Departemen Agama. R.I, 1995. *Al Qur'an dan Tafsirnya*. Yogyakarta: PT Dana Bakti.

Departemen Agama. R.I. *Al-Quran dan terjemahannya* , (Penerbit C.V. Jaya Sakti, Surabaya) Edisi Baru, 1984.

Dihedral_Grup.http://anrusmath.files.wordpress.com/2008/07/dihedralgrouph.pdf. Diakses (15 – Januari - 2012).

Gallian A. Joseph. *Abstract Algera*. (1912-1975) D. C. Heath and company University of Minesota, Duluth Contemporary.

Graph *Anjacent* dan *Incident*., http://repository.unand.ac.id/15351/1/Skripsi.pdf , Chaiful Khasanah. Diakses tanggal (5-5-2011).

Hollands Roy 1981. *Kamus Matematika*. Penerbit Erlangga. PT. Gelora Aksara Pratama.

Munir Rinaldi, *Matematika Diskrit Edisi ketiga*. Penerbit Impormatika Bandung, 2009. Copyright 2005.

Purwanto Heri, Indriani Gina. Dayanti Erlina. *Matematika Diskrit* (PT. Ercontara Rajawali,STC Senayan It. 3 – 169, Jl. Asia Afrika, Pintu IX Geloga Senayan Jakarta Pusat 10270), Bekerja sama dengan WIT Web Information Technology.

Soebagio A. Suharti. dan Sukirman. 1993, *Materi pokok Struktur Aljabar*. Universitas Terbuka, Depdikbud.